

ΑΣΤΕΡΕΣ ΝΕΤΡΟΝΙΩΝ

1. Γενικά

Αστέρας Νετρονίων είναι ο εκφυλισμένος πυρήνας ενός αστέρα μεγάλης μάζας. Είναι το αποτέλεσμα της αναχαιτίσεως της βαρυτικής κατάρρευσης ενός κοινού αστέρα, μάζας, $3 M_{\odot} < M < 10 M_{\odot}$, από την πίεση των εκφυλισμένων νετρονίων, όταν πλέον δε συμβαίνουν στον πυρήνα του αστέρα θερμοπυρηνικές αντιδράσεις συντήξεως. Αυτό σημαίνει ότι η υδροστατική ισορροπία του αστέρα εξασφαλίζεται από την κβαντομηχανικής προελεύσεως πίεση των νετρονίων.

Παρακάτω ακολουθεί μία σύνοψη όσων συμβαίνουν στους Αστέρες Νετρονίων:

α. Η βαρυτική κατάρρευση του αστέρα ξεκινά όταν σταματήσει η παραγωγή ενέργειας στο εσωτερικό του, δηλαδή όταν σταματήσουν οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις συντήξεως στον πυρήνα του.

β. Η εξέλιξη της θερμοκρασίας στο κέντρο του Αστέρα Νετρονίων ακολουθεί την πορεία της θερμοκρασίας των Λευκών Νάνων και κυμαίνεται από $T = 10^6 \text{ K}$ έως $T = 10^7 \text{ K}$ στα αρχικά στάδια. Όταν όμως σταματήσουν προσωρινά οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις συντήξεως H_2 και η βαρυτική πίεση υπερισχύσει της θερμικής, ο πυρήνας συστέλλεται και λόγω της συστολής παράγεται θερμότητα, με τον μηχανισμό **Kelvin – Helmholtz**¹, η οποία θα αυξήσει σταδιακά τη θερμοκρασία στο εσωτερικό στους $2 \cdot 10^8 \text{ K}$ και $5 \cdot 10^8 \text{ K}$ ώστε να λάβουν χώρα διαδοχικά «**λάμπεις ηλίου και άνθρακα**». Σε περιπτώσεις που η μάζα έχει τιμή $5 M_{\odot} < M < 10 M_{\odot}$, τότε την λάμψη άνθρακα θα ακολουθήσει μία έκρηξη Υπερκαινοφανούς (Supernova) τύπου II. Μετά την έκρηξη του υπερκαινοφανούς θα παραμείνει στο εσωτερικό ένας Αστέρας Νετρονίων η θερμοκρασία του οποίου θα ανέβει στους 10^{11} - 10^{12} K . Ραγδαία όμως (μέσα σε μία ημέρα) η θερμοκρασία θα ελαττωθεί πάλι στους 10^9 K . Στα επόμενα 100 έτη θα φθάσει στους 10^8 K .

γ. Η πυκνότητα των Αστέρων Νετρονίων είναι τεράστια. Πολύ μεγαλύτερη αυτής των Λευκών Νάνων. Αποτελούνται από την πλέον συμπαγή μορφή ύλης η οποία είναι δυνατόν να περιγραφεί με τους γνωστούς νόμους της Φυσικής. Λόγω της τεράστιας πίεσης, τα ηλεκτρόνια έχουν εισχωρήσει στους πυρήνες, έχουν εξουδετερώσει τα πρωτόνια² και έχουν δημιουργήσει μία «**σούπα**» εκφυλισμένων νετρονίων. Τα νετρόνια που αποτελούν τον αστέρα συμπιέζονται με τέτοια πίεση ώστε η απόσταση μεταξύ τους γίνεται εξαιρετικά μικρή. Η θέση τους είναι πια «**τυχαία**» και περιγράφεται από την «**αρχή της αβεβαιότητας**»³.

¹ Σύμφωνα με το **θεώρημα Virial**, μόνο η μισή από τη δυναμική ενέργεια, που απελευθερώνεται λόγω της συστολής του (ελάττωση της ακτίνας του), μένει στον αστέρα με τη μορφή άτακτης κινητικής ενέργειας (θερμότητας). Η υπόλοιπη ενέργεια χάνεται από το σύστημα και (προφανώς) ακτινοβολείται στο διάστημα. Αυτός ο μηχανισμός παραγωγής ενέργειας ονομάζεται «**μηχανισμός Kelvin-Helmholtz**»

² Η πυρηνική αντίδραση που λαμβάνει χώρα περιγράφεται από την εξίσωση: $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$

³ Το 1927 ο Werner Heisenberg διατύπωσε την «**αρχή της αβεβαιότητας**» (απροσδιοριστίας) η οποία αποτελεί τον θεμέλιο λίθο της κβαντομηχανικής, και σύμφωνα με την οποία δεν είναι δυνατόν να προσδιοριστεί ακριβώς **και** η θέση **και** η ταχύτητα (ορμή) ενός σωματιδίου. Ο τύπος που εκφράζει την αρχή της αβεβαιότητας είναι: $\Delta x \cdot \Delta p > h$ (όπου h η σταθερά του Planck)

δ. Η υδροστατική ισορροπία των Αστέρων Νετρονίων επιτυγχάνεται με την αντιστάθμιση της βαρυτικής πίεσεως από την κβαντομηχανικής προελεύσεως πίεση των εκφυλισμένων νετρονίων.

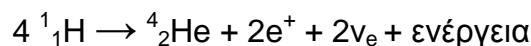
ε. Ο όγκος που καταλαμβάνει ένας Αστέρας Νετρονίων, όπως και στους Λευκούς Νάνους, είναι *αντιστρόφως ανάλογος* προς τη μάζα του, γεγονός που φαίνεται παράδοξο εκ πρώτης όψεως, μιας και θα περίμενε κανείς ο όγκος να αυξάνεται με τη μάζα. Όμως όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα του αστέρα τόσο εντονότερη είναι η βαρυτική του κατάρρευση, και επομένως τόσο μικρότερο όγκο θα καταλαμβάνει τελικά.

στ. Τέλος η μάζα ενός Αστέρα Νετρονίων, όπως και αυτή των Λευκών Νάνων, δεν μπορεί να έχει οσοδήποτε μεγάλη τιμή αφού, όσο μεγαλώνει η μάζα, τόσο θα μεγαλώνει η δύναμη της βαρύτητας που συμπιέζει τα σωματίδια στον πυρήνα, ώστε να μικραίνει ολοένα η απόσταση Δx μεταξύ τους. Αυτό όμως έχει ένα όριο αφού, σύμφωνα με την αρχή της αβεβαιότητας $\Delta x \cdot \Delta p > h$, αν η απόσταση Δx μειώνονταν συνεχώς θα έπρεπε να αύξανε συνεχώς η ορμή, πράγμα που δεν είναι δυνατό να συμβαίνει γιατί υπάρχει μέγιστο όριο για την ταχύτητα (η ταχύτητα του φωτός) άρα και για την ορμή.

2. Βαρυτική κατάρρευση του αστέρα μετά τις θερμοπυρηνικές αντιδράσεις συντήξεως

Στο εσωτερικό των αστέρων με μεγάλη μάζα ($3 M_{\odot} < M < 10 M_{\odot}$), όταν αυτός βρίσκεται στην κύρια ακολουθία⁴, λαμβάνουν χώρα οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις συντήξεως:

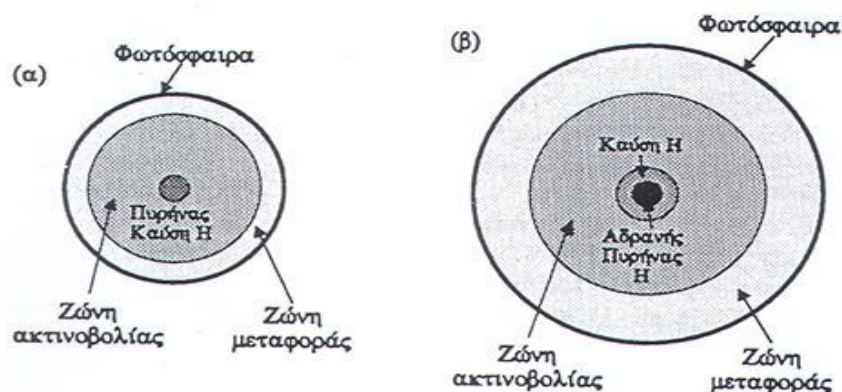
- η σύντηξη του υδρογόνου (H) με θερμοκρασία «ανάφλεξης» $T = 10^7 K$



Όταν ένα σημαντικό ποσοστό υδρογόνου του πυρήνα του αστέρα μετασχηματισθεί σε He, τότε ο ρυθμός των θερμοπυρηνικών αντιδράσεων αρχίζει να ελαττώνεται και γίνεται μικρότερος από το ρυθμό ακτινοβολίας από την επιφάνεια. Έτσι, ελαττώνεται η θερμοκρασία του πυρήνα και κατ'επέκτασιν η θερμική πίεση του αερίου. Η βαρυτική πίεση υπερσχύει της θερμικής, προκαλώντας συστολή του πυρήνα. Με τη συστολή αυτή παράγεται θερμότητα με το μηχανισμό Kelvin - Helmholtz, η οποία αυξάνει τη θερμοκρασία του πυρήνα και των ανωτέρων στρωμάτων. Στη θερμοκρασία

⁴ Ο Δανός αστρονόμος **Ejnar Hertzsprung** και ο Αμερικανός **Henry Norris Russell**, είχαν σχεδόν ταυτόχρονα και ανεξάρτητα την ιδέα να τοποθετήσουν τους αστέρες με γνωστά φάσματα σε ένα διδιάστατο διάγραμμα με τετημημένη τον φασματικό τύπο S_p και τεταγμένη το απόλυτο φωτογραφικό μέγεθος M_{pg} . Διαπίστωσαν έτσι ότι τα σημεία που αντιστοιχούσαν στους αστέρες δεν παρουσιαζόταν διασκορπισμένα τυχαία στο διάγραμμα αυτό, αλλά βρισκόταν συγκεντρωμένα σε ορισμένες περιοχές του, σχηματίζοντας στενές ζώνες. Οι περισσότεροι αστέρες μάλιστα βρισκόταν συγκεντρωμένοι σε μια ζώνη, που διατρέχει το διάγραμμα διαγώνια, από το σημείο ($M_{pg}=-6$, $S_p=O5$) στο σημείο ($M_{pg}=12$, $S_p=M9$). Η ζώνη αυτή ονομάζεται σήμερα «**Κύρια Ακολουθία**». Εδώ κρίνεται απαραίτητο να τονιστεί ότι στην κύρια ακολουθία ο αστέρας περνά το μεγαλύτερο μέρος της ζωής του μιας και εισέρχεται σ' αυτήν από τη στιγμή που ξεκινούν στο εσωτερικό του οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις συντήξεως και εξέρχεται απ' αυτήν όταν, εξαντλώντας τα καύσιμά του, αρχίσει να καταρρέει υπό την πίεση της βαρύτητας.

αυτή αρχίζει η καύση του υδρογόνου (H) στα ανώτερα στρώματα σε ένα φλοιό, που περιβάλλει τον αδρανή πυρήνα ηλίου (He), που εξακολουθεί να συστέλλεται. Η διάδοση της ενέργειας προς τη φωτόσφαιρα γίνεται με ακτινοβολία, ώστε ο ρυθμός εκπομπής φωτονίων είναι σχετικά μικρός. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η φωτεινότητα του αστέρα να παραμένει σταθερή και η επί πλέον ενέργεια προκαλεί την εκτόνωση της αστρικής ατμόσφαιρας, η οποία ψύχεται. Η εκτόνωση είναι δυνατή (επιτρεπτή) σε αυτή τη φάση, επειδή το βάρος των υπερκείμενων στρωμάτων είναι μικρότερο απ' όταν η καύση γινόταν στον πυρήνα. Έτσι, η αυξανόμενη πίεση στο φλοιό είναι ικανή, να υπερνικήσει την πίεση λόγω βαρύτητας και να «αποτινάξει» τα υπερκείμενα στρώματα. Ο αστέρας μετατρέπεται σε ερυθρό υπογίγαντα. (Εικόνα 1)

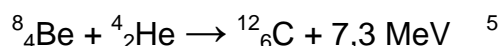


Εικόνα 1: Δομή του αστέρα (α) στην κύρια ακολουθία και (β) κατά την πορεία του προς το στάδιο του ερυθρού υπογίγαντα.

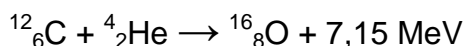
- ακολουθεί η σύντηξη του παραγόμενου He με θερμοκρασία «ανάφλεξης»
 $T = 2 \cdot 10^8 \text{K}$



στη συνέχεια η σύντηξη του παραγόμενου Be με το He σε θερμοκρασίες
 $T = 2 \cdot 10^8 \text{K}$



- τέλος η σύντηξη του C με το He σε θερμοκρασίες $T = 5 \cdot 10^8 \text{K}$



Στο στάδιο αυτό των τριών παραπάνω θερμοπυρηνικών αντιδράσεων, συντελείται η μεταστοιχείωση του ηλίου (He) στον πυρήνα. Τα προϊόντα της μεταστοιχείωσης αυτής, όπως φαίνεται και στις αντιδράσεις είναι ο άνθρακας (C) και το οξυγόνο (O). Όταν η σύσταση του πυρήνα σε He αλλοιωθεί αρκετά, με την εναπόθεση σ' αυτόν C και O από τη σύντηξη του He, οι αντιδράσεις σταδιακά ελαττώνονται και σταματούν, για να δημιουργηθεί τελικά ένας αδρανής πυρήνας ηλίου άνθρακα και οξυγόνου.

⁵ Η αλυσίδα των δύο αυτών θερμοπυρηνικών αντιδράσεων είναι γνωστή ως «αντίδραση τριών πυρήνων ηλίου» (triple alpha reaction) λόγω της συμμετοχής σ' αυτήν τριών πυρήνων ηλίου.

Ο πυρήνας αυτός, όπως και στην περίπτωση του αδρανούς πυρήνα ηλίου, συστέλλεται υπό το βάρος των υπερκείμενων φλοιών και η θερμοκρασία του αυξάνει.

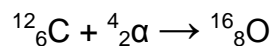
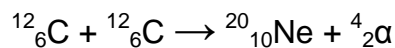
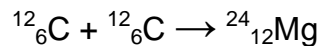
Επειδή η καύση του ηλίου λαμβάνει χώρα υπό συνθήκες εκφυλισμού, δεν υπάρχει η «ασφαλιστική δικλείδα»⁶ που διέθετε ο αστέρας όταν έκαψε υδρογόνο (H) για την μείωση της θερμοκρασίας. Εδώ η πίεση που εξισορροπεί τη δύναμη της βαρύτητας είναι η πίεση των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων, η οποία είναι ανεξάρτητη της θερμοκρασίας

$$[P_e = 2,6 \cdot \left(\frac{h^2}{m_e} \right) \cdot \left(\frac{\rho}{\mu_e \cdot m_p} \right)^{\frac{5}{3}}] \quad (1)^7$$

Επομένως η αύξηση της θερμοκρασίας του πυρήνα δε συνεπάγεται την αδιαβατική του εκτόνωση. Αντιθέτως συνεπάγεται την αύξηση της παραγωγής ενέργειας, L_c ($L_c \approx T_c^{40}$), με αποτέλεσμα η καύση του ηλίου να αποκτήσει **εκρηκτικό ρυθμό**⁸. Έχουμε δηλαδή μία **«λάμψη ηλίου»**.

Σε αστέρες με μάζα στο κάτω όριο του διαστήματος μαζών ($3 M_\odot < M < 5 M_\odot$), αν έχει διαφύγει μεγάλο ποσό μάζας, η μάζα που απομένει δεν επαρκεί για να ανεβάσει τη θερμοκρασία του πυρήνα άνθρακα, οξυγόνου και ηλίου, στους $5 \cdot 10^8 K$, που είναι το «σημείο ανάφλεξης» του άνθρακα. Στην περίπτωση αυτή ο πυρήνας θα σταθεροποιηθεί στην κατάσταση ενός Λευκού Νάνου άνθρακα-οξυγόνου.

Σε αστέρες με μεγαλύτερη μάζα ($5 M_\odot < M < 10 M_\odot$), η μάζα του αδρανούς πυρήνα είναι αρκετή ώστε να προκαλέσει συστολή, σε σημείο ώστε η θερμοκρασία να φθάσει στο «σημείο ανάφλεξης» του άνθρακα. Τότε θα ξεκινήσουν οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις συντήξεως άνθρακα:



Οι αντιδράσεις αυτές λαμβάνουν χώρα υπό συνθήκες εκφυλισμού και αυτό έχει ως αποτέλεσμα, με τον ίδιο μηχανισμό που αναφέραμε παραπάνω, να έχουμε μία **«λάμψη άνθρακα»**⁹.

Το πιθανότερο ενδεχόμενο είναι η «λάμψη άνθρακα» να οδηγήσει τον αστέρα στην έκρηξη ενός «**υπερκαινοφανούς τύπου II**», είτε με ταυτόχρονη

⁶ Στους αστέρες κύριας ακολουθίας (των οποίων ο πυρήνας δεν είναι εκφυλισμένος), η αύξηση της θερμοκρασίας προκαλεί αυτομάτως την αδιαβατική τους εκτόνωση με αποτέλεσμα την επαναφορά της θερμοκρασίας στην αρχική της τιμή.

⁷ Το ακριβές αποτέλεσμα, χωρίς τις παραδοχές που κάναμε, είναι $P_e = 0,0485 \cdot \left(\frac{h^2}{m_e} \right) \cdot \left(\frac{\rho}{\mu_e \cdot m_p} \right)^{\frac{5}{3}}$ και διαφέρει από τη σχέση (1) μόνο κατά την τιμή του αριθμητικού συντελεστή, ο οποίος αντί 2,6 θα έπρεπε να ήταν 0,0485.

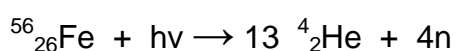
⁸ Η παραγόμενη ισχύς είναι δυνατόν να φθάσει στιγμιαία την τιμή $10^{11} L_\odot$ η οποία υπερβαίνει κατά πολύ τη φωτεινότητα Eddington που είναι το ανώτατο όριο της φωτεινότητας για αστέρες μάζας της τάξεως των $100 M_\odot$

⁹ Η ένταση της «λάμψης άνθρακα» είναι πολύ μεγαλύτερη της «λάμψης ηλίου», ($L_c \approx T_c^{120}$)!

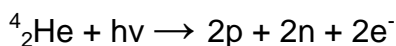
δημιουργία ενός Αστέρων Νετρονίων, είτε με την πλήρη διάλυση του αστέρα!
Ο μηχανισμός που θα οδηγήσει στον υπερκαινοφανή περιγράφεται παρακάτω:

Ο αστέρας, που έχει εξαντλήσει τα πυρηνικά του καύσιμα (έχει δημιουργηθεί ένας αδρανής πυρήνας Fe), αρχίζει να καταρρέει υπό το βάρος των υπερκείμενων φλοιών, αφού δεν υπάρχει καμία μορφή πίεσης που να ανθίσταται στη βαρυτική. Η μάζα του πυρήνα είναι μεγαλύτερη από το όριο Chandrasekhar, ($M_{Fe} > M_{Ch}$) και επομένως η βαρυτική δύναμη δεν μπορεί να συγκρατηθεί με τον μηχανισμό δημιουργίας Λευκών Νάνων. Η κατάρρευση συνεχίζεται προς καταστάσεις που χαρακτηρίζονται από ολοένα και μεγαλύτερη πυκνότητα.

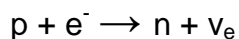
Η αδιαβατική αυτή συμπίεση του πυρήνα θα προκαλέσει αύξηση της θερμοκρασίας. Με την αύξηση της θερμοκρασίας ο σίδηρος του πυρήνα θα φωτοδιασπαστεί από φωτόνια υψηλής ενέργειας, σύμφωνα με την αντίδραση:



Το παραγόμενο He θα φωτοδιασπαστεί και αυτό με την σειρά του:



Οι αντιδράσεις αυτές είναι ενδόθερμες και απορροφούν ενέργεια. Έτσι η αύξηση της θερμοκρασίας από την αδιαβατική συμπίεση του πυρήνα ανακόπτεται και η κατάρρευση του αστέρα επιταχύνεται. Ακόμη περισσότερο επιταχύνεται η κατάρρευση του αστέρα από τις πυρηνικές αντιδράσεις σύλληψης ηλεκτρονίου, που συμβαίνουν στον πυρήνα, σύμφωνα με την:



Τα νετρίνα (ν_e) που παράγονται από την παραπάνω αντίδραση, διαφεύγουν από τον πυρήνα, μεταφέροντας μεγάλα ποσά ενέργειας έξω απ' αυτόν και ελαττώνοντας την πίεση και τη θερμοκρασία του.

Μετά απ' αυτό η δύναμη της βαρύτητας σε καθένα από τα στρώματα του εσωτερικού του αστέρα είναι πολύ μεγαλύτερη από τη δύναμη της πίεσης στο εσωτερικό τους και η επερχόμενη κατάρρευση θα γίνει ραγδαία. (σε περίπου 10 sec)! Η ραγδαία βαρυτική κατάρρευση θα έχει σαν αποτέλεσμα την αλματώδη αύξηση της πυκνότητας του αστρικού πυρήνα στα όρια της πυρηνικής πυκνότητας. Υπό αυτές τις συνθήκες τα νετρίνα δεν μπορούν να ξεφύγουν πια από τον πυρήνα (η «αδιαφάνεια» των νετρίνων αυξάνει).

Μη δυνάμενα να διαφύγουν τα νετρίνα και να μεταφέρουν ενέργεια έξω από τον πυρήνα, οδηγούν το σύστημα σε αδιαβατική αύξηση της θερμοκρασίας, η οποία προκαλεί αλματώδη αύξηση της πίεσης του αερίου στον πυρήνα. Η αύξηση



Εικόνα 2: Καλλιτεχνική αναπαράσταση εκρήξεως ενός Αστέρων Νετρονίων ως Υπερκαινοφανής (Supernova)

της πίεσης του αερίου θα φθάσει να υπερνικήσει τη βαρυτική δύναμη και να εκτινάξει τα εξωτερικά στρώματα του αστέρα στο διάστημα. Τα νετρόνια που είχαν παραχθεί κατά τη φωτοδιάσπαση του Fe και He αλλά και από τις πυρηνικές αντιδράσεις συλλήψεως ηλεκτρονίων, θα απορροφηθούν από πυρήνες μέσου ατομικού αριθμού και θα σχηματίσουν όλα τα βαριά στοιχεία¹⁰ με μαζικό αριθμό $A > 56$.

Μετά την έκρηξη του υπερκαινοφανούς II, θα απομείνει το κεντρικό τμήμα του αστρικού πυρήνα, πλούσιο σε νετρόνια, το οποίο θα σταθεροποιηθεί ως ένας νεοδημιουργηθείς Αστέρας Νετρονίων.

3. Η πίεση στο εσωτερικό

Η υδροστατική ισορροπία των Αστέρων Νετρονίων επιτυγχάνεται με την αντιστάθμιση της βαρυτικής πίεσεως από την πίεση των εκφυλισμένων νετρονίων. Το πώς και γιατί γίνεται αυτό θα δούμε παρακάτω.

Βαρυτική πίεση

Με το ίδιο σκεπτικό που υπολογίσαμε τη βαρυτική πίεση στο κέντρο των Λευκών Νάνων, η βαρυτική πίεση στο κέντρο των Αστέρων Νετρονίων θα είναι συνάρτηση της μάζας M του αστέρα. Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία η μάζα, που περιέχεται σ' ένα λεπτό σφαιρικό φλοιό ακτίνας r και πάχους dr , θα είναι ανάλογη της πυκνότητας ρ σε κάθε θέση του αστέρα, δηλαδή θα είναι:

$$dM = 4\pi r^2 \cdot dr \cdot \rho(r) \quad ^{11}$$

ή ισοδύναμα:

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \cdot \rho(r) \quad ^{12}$$

Αν τώρα κάνουμε την παραδοχή ότι η πυκνότητα στο εσωτερικό του αστέρα είναι σταθερή και ίση με τη μέση πυκνότητά του δηλαδή αν είναι:

$$\langle \rho \rangle = \frac{M}{\frac{4\pi r^3}{3}} \Leftrightarrow \langle \rho \rangle = \frac{3M}{4\pi r^3}$$

τότε η εξίσωση συνέχειας της μάζας μπορεί να ολοκληρωθεί εύκολα (αφού ο παράγοντας $\rho(r)$, που δυσκολεύει την ολοκλήρωση, γίνεται σταθερός-ανεξάρτητος της (r) και η ολοκλήρωση δίνει:

$$\int dM = \int 4\pi r^2 \langle \rho \rangle dr$$

και ισοδύναμα:

$$M(r) = 4\pi \langle \rho \rangle \int r^2 dr$$

και επειδή το $\int r^2 dr = \frac{r^3}{3}$ θα είναι:

¹⁰ Αυτός είναι ο μοναδικός μηχανισμός στο Σύμπαν για τη δημιουργία των βαρύτερων στοιχείων. Όλα τα βαριά στοιχεία που υπάρχουν στο Σύμπαν έχουν δημιουργηθεί είτε στις πρώτες στιγμές της δημιουργίας (κατά τη Μεγάλη Έκρηξη), είτε μετά από έκρηξη υπερκαινοφανούς.

¹¹ Η πυκνότητα σε κάθε θέση του αστέρα θα είναι συνάρτηση μόνον της απόστασης από το κέντρο του αστέρα.

¹² Η διαφορική αυτή εξίσωση ονομάζεται *εξίσωση συνέχειας της μάζας*.

$$M(r) = 4\pi \langle \rho \rangle \frac{r^3}{3} \Leftrightarrow M(r) = \frac{4\pi r^3}{3} \langle \rho \rangle \quad (2)$$

Εφόσον όμως ο αστέρας βρίσκεται σε υδροστατική ισορροπία (δηλ. δε συστέλλεται ούτε διαστέλλεται) οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε μία από τις πλευρές κάθε επιφανείας στο εσωτερικό του θα είναι αντίθετες.

Από την **εξίσωση υδροστατικής ισορροπίας**¹³ και με την παραδοχή ότι η πυκνότητα στο εσωτερικό του αστέρα είναι σταθερή και ίση με τη μέση

πυκνότητα $\langle \rho \rangle$, θα είναι: $M(r) = 4\pi \langle \rho \rangle \frac{r^3}{3} \Leftrightarrow M(r) = \frac{4\pi r^3}{3} \langle \rho \rangle$,

αντικαθιστώντας τις τιμές παίρνουμε:

$$dP = -\frac{G \frac{4\pi}{3} \langle \rho \rangle \cdot r^3}{r^2} \cdot \langle \rho \rangle \cdot dr$$

ή ισοδύναμα:

$$dP = -\frac{4\pi}{3} \cdot G \cdot \langle \rho \rangle^2 \cdot r \cdot dr$$

ολοκληρώνοντας την τελευταία σχέση και επειδή η μέση πυκνότητα $\langle \rho \rangle$ είναι ανεξάρτητη της αποστάσεως από το κέντρο του αστέρα, παίρνουμε:

$$\int dP = -\frac{4\pi}{3} \cdot G \cdot \langle \rho \rangle^2 \int r \cdot dr$$

ή ισοδύναμα:

$$P = -\frac{4\pi}{3} \cdot G \cdot \langle \rho \rangle^2 \cdot \frac{r^2}{2}$$

αν τώρα σ' αυτήν αντικαταστήσουμε την τιμή για τη μέση πυκνότητα, που είναι: $\langle \rho \rangle = \frac{3M}{4\pi r^3}$ παίρνουμε:

$$P = -\frac{4\pi}{3} \cdot G \cdot \frac{9M^2}{16\pi^2 \cdot r^6} \cdot \frac{r^2}{2}$$

και κάνοντας τις απλοποιήσεις καταλήγουμε ότι η βαρυτική πίεση στο εσωτερικό του Αστέρα Νετρονίων είναι:

$$P_{c,NS} = -\frac{3GM^2}{8\pi \cdot r^4} \quad 14 \quad (3)$$

Αν τώρα αντικαταστήσουμε στη σχέση αυτή τις αριθμητικές τιμές $M=2M_{\odot}=4 \cdot 10^{33} \text{ gr}$, $G=6,67 \cdot 10^{-8} \text{ gr}^{-1} \cdot \text{cm}^3 \cdot \text{sec}^{-2}$, και $r=10^6 \text{ cm}$ ¹⁵ θα πάρουμε:

¹³ Η εξίσωση υδροστατικής ισορροπίας, $dP = -\frac{GM(r)}{r^2} \cdot \rho(r) \cdot dr$ έχει αποδειχθεί για την περίπτωση

των Λευκών Νάνων (βλέπε ΛΕΥΚΟΙ ΝΑΝΟΙ ανάρτηση Μαΐου 2013)

¹⁴ Το αρνητικό πρόσημο έχει την έννοια της φοράς του ανύσματος που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι προς το εσωτερικό του αστέρα, αντίθετη αυτής που ασκείται από το εσωτερικό και έχει θεωρηθεί θετική.

¹⁵ $r=10^6 \text{ cm}$ είναι κατά προσέγγιση η ακτίνα ενός τυπικού Αστέρα Νετρονίων

$$P_{c,NS} = -\frac{3.6,67.10^{-8} gr^{-1}.cm^3.sec^{-2} .(4.10^{33})^2 gr^2}{8.3,14.(10^6)^4 .cm^4} = 1,27.10^{35} \frac{dyn}{cm^2} \quad (4)$$

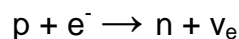
Όμως η θερμική πίεση στο κέντρο ενός τυπικού αστέρα είναι:

$$P_{\theta} = 1,3.10^{15} \frac{dyn}{cm^2}$$

και συγκρινόμενη με αυτή που βρήκαμε στο εσωτερικό του από την (4), όταν αυτός γίνει Αστéρας Νετρονίων, προκύπτει ότι στον Αστéρα Νετρονίων επικρατούν συνθήκες με πίεση κατά 10^{20} (**100 πεντάκις εκατομμύρια**) φορές μεγαλύτερη, από αυτή στο εσωτερικό του αστέρα από τον οποίο προήλθε!!!

Αναλογιζόμενοι το μέγεθος της διαφοράς, τίθεται το ερώτημα: *τι είδους πίεση θα μπορούσε να είναι αυτή που θα αντιστάθμιζε τόσο μεγάλη βαρυτική πίεση, ώστε ο αστέρας να ισορροπήσει και να αποφύγει την βαρυτική κατάρρευση;*

Κανένας από τους μηχανισμούς που περιγράψαμε στους Λευκούς Νάνους¹⁶ δεν μπορεί να λειτουργήσει εδώ. Κάτω από την τεράστια δύναμη της πίεσης που αναπτύσσεται κατά τη συστολή του αστέρα, το αέριο των ηλεκτρονίων καταρρέει. Τα ηλεκτρόνια εισχωρούν στους πυρήνες, εξουδετερώνοντας τα πρωτόνια σύμφωνα με την αντίδραση



και δημιουργούν ένα αέριο **εκφυλισμένων νετρονίων**¹⁷ με κβαντικές ιδιότητες αντίστοιχες των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων.

Η πίεση λοιπόν των εκφυλισμένων νετρονίων είναι κβαντομηχανικής προελεύσεως και η ύπαρξη της οφείλεται στην *απαγορευτική αρχή* και στην *αρχή της αβεβαιότητας*. Ας δούμε λοιπόν πόση είναι αυτή η πίεση:

Αν η μέση τετραγωνική ταχύτητα των ελευθέρων νετρονίων είναι $\langle v_n^2 \rangle$, τότε η πίεση που ασκούν προς τα έξω, λόγω της κινητικής τους ενέργειας, θα δίδεται από τη σχέση:

$$P_n = \frac{1}{3} . n_n . m_n . \langle v_n^2 \rangle \quad 18$$

Αποδεικνύεται¹⁹ ότι:

$$\langle v_n^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle$$

¹⁶ Ούτε η θερμική πίεση των ηλεκτρονίων, ούτε αυτή των θετικών ιόντων αλλά ούτε και η πίεση των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων είναι αρκετές ώστε να ανακόψουν την τεράστια βαρυτική πίεση.

¹⁷ Τα εκφυλισμένα νετρόνια είναι κι αυτά φερμιόνια και ακολουθούν την *απαγορευτική αρχή Pauli*, σύμφωνα με την οποία, δύο φερμιόνια (στην περίπτωσή μας νετρόνια) δεν επιτρέπεται να βρίσκονται ακριβώς στην ίδια κβαντική κατάσταση.

Αγνοώντας το spin δύο ελεύθερα e^- θεωρείται ότι βρίσκονται στην ίδια κβαντική κατάσταση, όταν το γινόμενο της αποστάσεώς τους Δx επί τη διαφορά των ορμών τους Δp , είναι μικρότερο από *τη σταθερά του Plank (h)*

¹⁸ Η σχέση αυτή προκύπτει από τον νόμο των τελείων αερίων (για απόδειξη βλέπε «Νόμος των Τελείων Αερίων», (ανάρτηση Απρίλιος 2013)

¹⁹ Είναι $\langle v_e^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$ όπου $\langle v_x^2 \rangle, \langle v_y^2 \rangle, \langle v_z^2 \rangle$ είναι η μέση τετραγωνική τιμή της ταχύτητας κατά τη διεύθυνση x, y, z αντίστοιχα. Λόγω συμμετρίας είναι $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$ επομένως είναι $\langle v_e^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_x^2 \rangle + \langle v_x^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle$

οπότε η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$P_n = n_n \cdot m_n \cdot \langle v_x^2 \rangle \quad (5)$$

και επειδή, από τον ορισμό της ορμής, έχουμε: $p = m \cdot v$, για τη μέση τιμή της τετραγωνικής ορμής θα είναι:

$$\langle p_x^2 \rangle = m_n^2 \cdot \langle v_x^2 \rangle$$

οπότε η προηγούμενη σχέση διαμορφώνεται στην:

$$P_n = \frac{n_n \cdot \langle p_x^2 \rangle}{m_n} \quad (6)$$

όπου $\langle p_x^2 \rangle$ είναι η μέση τιμή της τετραγωνικής ορμής του n κατά τη διεύθυνση x .

Η μέση τετραγωνική τιμή της ορμής μπορεί να προσεγγιστεί (σε τάξη μεγέθους) με τη βοήθεια της αρχής της αβεβαιότητας του Heisenberg σύμφωνα με την οποία είναι: $\Delta p_x \approx \frac{h}{\Delta x}$, της απαγορευτικής αρχής του Pauli

και μιας σχέσεως για τη μέση ελεύθερη διαδρομή των νετρονίων.

Συγκεκριμένα κάνουμε την παραδοχή ότι η **ύλη είναι ψυχρή**, δηλαδή σε κάθε κρούση μεταξύ των νετρονίων, ένα μόνο νετρόνιο κινείται, ενώ τα υπόλοιπα παραμένουν ακίνητα. Στην περίπτωση αυτή η μέση ελεύθερη διαδρομή τους θα ισούται με την απόσταση των θεωρουμένων ακίνητων νετρονίων. Όμως ο όγκος που αντιστοιχεί σε κάθε ακίνητο νετρόνιο ισούται με το αντίστροφο της αριθμητικής πυκνότητας ($n_n = \frac{1 \text{neutron}}{V_n} \Rightarrow V_n = \frac{1}{n_n}$).

Αν τώρα είναι Δx η μέση απόσταση των νετρονίων, τότε ο όγκος που αντιστοιχεί στο καθένα απ' αυτά είναι:

$$V_n = \frac{4\pi}{3} (\Delta x)^3$$

Άρα είναι:
$$\frac{1}{n_n} = \frac{4\pi}{3} \cdot (\Delta x)^3 \Rightarrow (\Delta x)^3 = \frac{3}{4\pi n_n} \Rightarrow \Delta x = \left(\frac{3}{4\pi n_n}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Από την αρχή της αβεβαιότητας του Heisenberg όμως ξέρουμε ότι:

$$\Delta p_x \approx \frac{h}{\Delta x}$$

Έτσι αν συνδυάσουμε τις δύο τελευταίες σχέσεις παίρνουμε:
$$\Delta p_x \approx \frac{h}{\left(\frac{3}{4\pi} \cdot n_n\right)^{\frac{1}{3}}}$$

ή ισοδύναμα:
$$\Delta p_x = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot h \cdot n_n^{\frac{1}{3}} \quad (7)$$

Υποθέτοντας τώρα ότι $(\Delta p_x)^2 = \langle p_x^2 \rangle$ από τις σχέσεις (6) και (7) προκύπτει:

$$P_n = \frac{n_n \cdot \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot h^2 \cdot n_n^{\frac{2}{3}}}{m_n}$$

ή ισοδύναμα:

$$P_n = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{h^2}{m_n} \cdot n^{\frac{5}{3}}$$

Αντικαθιστώντας τέλος την αριθμητική πυκνότητα με το ισοδύναμό της από τη σχέση $n_n = \frac{\rho}{\mu_n \cdot m_p}$ παίρνουμε:

$$P_n = 2,6 \cdot \left(\frac{h^2}{m_n}\right) \cdot \left(\frac{\rho}{\mu_n \cdot m_p}\right)^{\frac{5}{3}} \quad (8)$$

Γνωρίζοντας τώρα ότι $h = 6,626 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec}$, $m_n = m_p = 1,673 \cdot 10^{-24} \text{ gr}$ και ότι η μέση πυκνότητα των Αστέρων Νετρονίων (όπως θα υπολογίσουμε στην παράγραφο 6) είναι $\rho = 2 \cdot 10^{14}$ και αν δεχθούμε ότι:

$$\mu_n \approx \frac{A}{Z} \approx 1 \quad ^{20}$$

βρίσκουμε, θέτοντας τις παραπάνω τιμές στη σχέση (8), ότι η πίεση των εκφυλισμένων νετρονίων στο κέντρο των Αστέρων Νετρονίων είναι προσεγγιστικά:

$$P_n = 6,82 \cdot 10^{34} \text{ dyn} / \text{cm}^2 \quad (9)$$

Παρατηρούμε, συγκρίνοντας τις (4) και (9), ότι η πίεση των εκφυλισμένων νετρονίων είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με την βαρυτική πίεση στον πυρήνα ενός Αστéρα Νετρονίων και επομένως θα μπορούσε να συγκρατήσει τη βαρυτική του κατάρρευση.

4. Σχέση μάζας-ακτίνας των Αστέρων Νετρονίων

Οι Αστéρες Νετρονίων δημιουργούνται λόγω της βαρυτικής συστολής των αστέρων που έχουν εξαντλήσει τα καύσιμά τους.

Στους Λευκούς Νάνους επιτυγχάνεται ισορροπία επειδή η μάζα του αντικειμένου που προκύπτει είναι μικρότερη του ορίου Chandrasekhar και η πίεση λόγω της βαρύτητας ισορροπείται από την πίεση των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων. Αν όμως η μάζα υπερβαίνει το όριο Chandrasekhar αλλά όχι σημαντικά, τότε ο αστέρας θα καταλήξει σε έναν Αστéρα Νετρονίων.

Ο όγκος που καταλαμβάνει ένας Αστéρας Νετρονίων είναι αντιστρόφως ανάλογος προς τη μάζα του και αυτό συμβαίνει διότι όσο πιο μεγάλη είναι η μάζα του αστέρα τόσο πιο «έντονη» είναι και η βαρυτική του κατάρρευση, άρα τόσο πιο μικρό όγκο θα καταλάβει τελικά.

Αυτό αποδεικνύεται παρακάτω ως εξής:

Αφού ο αστέρας θα ισορροπήσει ως Αστéρας Νετρονίων, η βαρυτική πίεση $P_{c,NS}$ θα ισούται με την πίεση των εκφυλισμένων νετρονίων P_n δηλαδή:

$$P_{c,NS} = P_n$$

²⁰ Στην πραγματικότητα η αριθμητική πυκνότητα των νετρονίων δεν είναι $\mu=1$ διότι είναι δυνατόν να σχηματίζουν συσσωματώσεις ανάλογες των μορίων με άγνωστη ενέργεια συνδέσεως. Εδώ όμως θα θεωρήσουμε ότι τα νετρόνια δεν σχηματίζουν συσσωματώσεις αλλά παραμένουν μεμονωμένα επομένως το μέσο μοριακό τους βάρος ανά νετρόνιο ύλης είναι $\mu=1$

από την τελευταία όμως σχέση και λόγω των (3) και (8) παίρνουμε τη σχέση:

$$\frac{3G.M^2}{8\pi.r^4} = 2,6.\left(\frac{h^2}{m_n}\right).\left(\frac{\rho}{\mu_n.m_p}\right)^{\frac{5}{3}}$$

Αν τώρα θεωρήσουμε την πυκνότητα ρ ίση με τη μέση πυκνότητα $\rho = \frac{3M}{4\pi r^3}$ τότε η παραπάνω εξίσωση παίρνει τη μορφή:

$$\frac{3G.M^2}{8\pi.r^4} = 2,6.\left(\frac{h^2}{m_n}\right).\left(\frac{3M}{4\pi r^3}\right)^{\frac{5}{3}}$$

ή ισοδύναμα:

$$\frac{3G.M^2}{8\pi.r^4} = 2,6.\left(\frac{h^2}{m_n}\right).\left(\frac{3M}{4\pi.\mu_n.m_p}\right)^{\frac{5}{3}}.\frac{1}{r^5}$$

Τέλος λύνοντας την τελευταία εξίσωση ως προς την ακτίνα r και επειδή $m_n=m_p$ παίρνουμε την:

$$r = 2,008.\frac{h^2}{G.m_n.m_p^{5/3}.\mu^{5/3}}.M^{-1/3} \quad 21$$

ή ισοδύναμα:

$$r = 2,008.\frac{h^2}{G.m_p^{8/3}.\mu^{5/3}}.M^{-1/3} \quad (10)$$

Η σχέση αυτή σημαίνει ότι **η ακτίνα του Αστέρα Νετρονίων είναι αντιστρόφως ανάλογη της μάζας του**, γεγονός εντελώς αντίθετο από τις συνηθισμένες εμπειρίες μας, σύμφωνα με τις οποίες, η αύξηση της μάζας ενός σώματος συνεπάγεται (για σταθερή πυκνότητα ρ) αύξηση των γραμμικών του διαστάσεων (δηλαδή αύξηση της ακτίνας του).

Στους Αστέρους Νετρονίων λοιπόν (όπως και στους Λευκούς Νάνους), όταν αυξάνει η μάζα δεν αυξάνει και η ακτίνα τους, (αντιθέτως αυτή μικραίνει) αλλά αυξάνει η πυκνότητα, λόγω της μεγαλύτερης βαρυτικής κατάρρευσης.

Αν συγκρίνουμε τις σχέσεις που δίνουν τις ακτίνες Λευκών Νάνων και Αστέρων Νετρονίων, διαδοχικά παίρνουμε:

$$\frac{r_{WD}}{r_{NS}} = \frac{2,008 \frac{h^2}{G m_e m_p^{5/3}} \mu_e^{-5/3} M^{-1/3}}{2,008 \frac{h^2}{G m_p^{8/3}} \mu_n^{-5/3} M^{-1/3}} = \frac{m_p^{8/3} \mu_e^{-5/3}}{m_e m_p^{5/3}} = \frac{m_p}{m_e} \mu_e^{-5/3}$$

και

$$r_{WD} = \frac{m_p}{m_e} \mu_e^{-5/3} . r_{NS}$$

που σημαίνει ότι η ακτίνα ενός Αστέρα Νετρονίων είναι κατά

²¹ Η σχέση αυτή ονομάζεται σχέση Oppenheimer-Volkoff-Snyder από τα ονόματα των φυσικών που την απέδειξαν.

$$\frac{m_p}{m_e} \mu_e^{-5/3} = 578$$

φορές μικρότερη αυτής Λευκού Νάνου²² ίσης μάζας.

Επομένως (αφού όπως είδαμε η ακτίνα ενός τυπικού Λευκού Νάνου είναι γύρω στα 6000 km) η ακτίνα ενός τυπικού Αστήρα Νετρονίων θα είναι 578 φορές μικρότερη, δηλαδή:

$$R_{NS} = \frac{6000}{578} km = 10,38 km$$

Η εικόνα του διπλανού σχήματος δείχνει τη σύγκριση των ακτινών ενός Αστήρα Νετρονίων (μιας ηλιακής μάζας) και ενός Λευκού Νάνου (ίδιας μάζας) σε σχέση με την ακτίνα της Γης.



Εικόνα 3: Σύγκριση Γης – Λευκού Νάνου – Αστήρα Νετρονίων

5. Μάζα των Αστέρων Νετρονίων - Όριο Oppenheimer-Volkoff-Snyder

Όσο η μάζα ενός Αστήρα Νετρονίων αυξάνει, τόσο τα νετρόνια που τον αποτελούν γίνονται πιο σχετικιστικά, αποκτούν δηλαδή ταχύτητες όλο και εγγύτερα στην ταχύτητα του φωτός²³. Επειδή όμως η ταχύτητα του φωτός είναι το άνω όριο των ταχυτήτων, η ταχύτητα δεν μπορεί να αυξάνεται στο διηνεκές, αλλά σταματά όταν φθάσει την ταχύτητα του φωτός. Επομένως και η ορμή, που είναι ανάλογη της μάζας και της ταχύτητας ($p_x = m \cdot v_x$), θα έχει κι αυτή κάποιο άνω όριο, άρα δεν μπορεί να αυξάνει συνεχώς και επομένως, λόγω της αρχής της αβεβαιότητας ($\Delta x \cdot \Delta p_x > h$) η απόσταση μεταξύ των νετρονίων δεν μπορεί να μειώνεται συνεχώς.

Αυτό σημαίνει ότι η μάζα, η οποία είναι υπεύθυνη για τη συρρίκνωση (ελάττωση της αποστάσεως μεταξύ των νετρονίων) των Αστέρων Νετρονίων, δεν μπορεί να πάρει οσοδήποτε μεγάλη τιμή. Όπως και στην περίπτωση των Λευκών Νάνων, σε αντιστοιχία με το όριο Chandrasekhar, θα υπάρχει ένα αντιστοιχο όριο, το οποίο δεν πρέπει να ξεπερνά η μάζα των Αστέρων Νετρονίων. Το όριο αυτό ονομάζεται όριο **Oppenheimer-Volkoff-Snyder** (M_{OVS}) και προσεγγιστικά υπολογίζεται όπως παρακάτω:

Από τη σχέση (5) η πίεση των εκφυλισμένων νετρονίων είναι:

$$P_n = n_n \cdot m_n \cdot \langle v_x^2 \rangle$$

και αφού κατά προσέγγιση είναι $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_x \rangle \cdot \langle v_x \rangle$ και αφού

²² Δεχόμαστε ότι η ύλη του Λευκού Νάνου αποτελείται από ισότοπα στοιχεία τα οποία βρίσκονται στη μέση του περιοδικού συστήματος (πχ ^{12}C , ^{16}O κλπ), για τα οποία ισχύει $\mu_e = A/Z \approx 2$. Έτσι αφού είναι $m_p/m_e = 1836$ και $\mu_e^{-5/3} = 2^{-5/3} \approx 0,315$, θα έχουμε: $r_{WD}/r_{NS} = 578$

²³ Αυτό συμβαίνει διότι όσο η μάζα ενός Αστήρα Νετρονίων συνεχώς αυξάνει, τόσο η τεράστια δύναμη της βαρύτητας θα συμπιέζει τον αστρικό πυρήνα σε τέτοιο βαθμό, ώστε οι αποστάσεις Δx μεταξύ των σωματιδίων θα γίνονται εξαιρετικά μικρές και λόγω της αρχής της αβεβαιότητας του Heisenberg ($\Delta x \cdot \Delta p_x > h$) η ορμή Δp_x των σωματιδίων θα γίνεται εξαιρετικά μεγάλη. Όμως η ορμή είναι ανάλογη της ταχύτητας ($p_x = m \cdot v_x$) άρα και η ταχύτητα v_x θα γίνεται εξαιρετικά μεγάλη (θα πλησιάζει την ταχύτητα του φωτός).

$$\langle v_x \rangle = \frac{\langle p_x \rangle}{m_n}$$

η παραπάνω σχέση παίρνει τη μορφή:

$$P_n = n_n \cdot m_n \cdot \langle v_x \rangle \cdot \frac{\langle p_x \rangle}{m_n} \Leftrightarrow P_n = n_n \cdot \langle v_x \rangle \cdot \langle p_x \rangle$$

ή ισοδύναμα:

$$P_n = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot h \cdot n_n^{\frac{4}{3}} \cdot \langle v_x \rangle$$

η τελευταία προέκυψε με την αντικατάσταση της μέσης τιμής της ορμής

$$\langle p_x \rangle = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot h \cdot n_n^{\frac{1}{3}}$$

από τη σχέση (7) της παραγράφου 3.

Αν τώρα ως μέση ταχύτητα $\langle v_x \rangle$ πάρουμε τη μέγιστη δυνατή ταχύτητα στο Σύμπαν (την ταχύτητα του φωτός c) δηλαδή αν $\langle v_x \rangle = c$, τότε η πίεση των εκφυλισμένων (σχετικιστικών) νετρονίων που έχουν την ταχύτητα του φωτός θα είναι:

$$P_n = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot h \cdot c \cdot n_n^{\frac{4}{3}}$$

και η ακριβής λύση²⁴ του προβλήματος είναι:

$$P_n = 0,123 \cdot h \cdot c \cdot n_n^{\frac{4}{3}} \quad (11)$$

Όταν τώρα η βαρυτική πίεση ισορροπείται από την πίεση των σχετικιστικώς κινουμένων εκφυλισμένων νετρονίων (η με ταχύτητα c), έχουμε την ισότητα:

$$P_{c,NS} = P_n$$

ή ισοδύναμα:

$$\frac{3}{8\pi} \cdot \frac{G \cdot M^2}{R^4} = 0,123 \cdot h \cdot c \cdot n_n^{\frac{4}{3}}$$

και επειδή για την αριθμητική πυκνότητα n_n είναι²⁵ $n_n = \frac{\rho}{\mu_n \cdot m_p}$

παίρνουμε ισοδύναμα:

$$\frac{3}{8\pi} \cdot \frac{G \cdot M^2}{R^4} = 0,123 \cdot h \cdot c \cdot \left(\frac{\rho}{\mu_n \cdot m_p}\right)^{\frac{4}{3}}$$

αν τώρα θέσουμε αντί της πυκνότητας ρ το ισοδύναμό της $\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4\pi}{3} R^3}$

²⁴ Η ακριβής λύση προκύπτει αν κάνουμε τους υπολογισμούς χωρίς προσεγγίσεις και απλουστεύσεις, όπως π.χ της μορφής: $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_x \rangle \cdot \langle v_x \rangle$

²⁵ Αποδείχθηκε στην παράγραφο για την πυκνότητα της ύλης στο εσωτερικό των Λευκών Νάνων. (βλέπε Λευκοί Νάνοι παράγραφος 2)

έχουμε:

$$\frac{3}{8\pi} \cdot \frac{G.M^2}{R^4} = 0,123 \cdot h.c. \left(\frac{M}{\frac{4\pi}{3} \cdot R^3 \cdot \mu_n \cdot m_p} \right)^{\frac{4}{3}}$$

και κάνοντας τις πράξεις βρίσκουμε:

$$\frac{3}{8\pi} \cdot \frac{G.M^2}{R^4} = 0,123 \cdot \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{M^{4/3}}{(\mu_n \cdot m_p)^{4/3} \cdot R^4} h.c$$

Τέλος απλοποιώντας (διώχνοντας) από τα δύο μέλη το R^4 , κάνοντας τις πράξεις των αριθμητικών παραγόντων $[\frac{3}{8\pi}, (\frac{3}{4\pi})^{\frac{4}{3}}$ και $0,123]$ και λύνοντας ως προς M , βρίσκουμε ότι η τιμή για τη μάζα είναι:

$$M_{OVS} = 0,06 \cdot \left(\frac{h.c}{G} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{\mu_n^2 \cdot m_p^2}$$

και αφού το ιονισμένο αέριο αποτελείται από ελεύθερα νετρόνια, θα είναι $\mu_n = \frac{A}{Z} = 1$ έπεται ότι ο Αστéρας Νετρονίων θα ισορροπεί για τη συγκεκριμένη τιμή μάζας:

$$M_{OVS} = 0,06 \cdot \left(\frac{h.c}{G} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{m_p^2} \quad (12)$$

η οποία ονομάζεται **όριο Oppenheimer-Volkoff-Snyder (M_{OVS})** ²⁶

Αν τώρα συγκρίνουμε τα όρια Chandrasekhar και Oppenheimer-Volkoff-Snyder, παίρνουμε:

$$\frac{M_{OVS}}{M_{Ch}} = \frac{0,06 \cdot \left(\frac{h.c}{G} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{m_p^2}}{0,06 \cdot \left(\frac{h.c}{G} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{\mu_e^2 \cdot m_p^2}} = \mu_e^2$$

και επειδή $\mu_e=2$ ²⁷ θα είναι:

$$M_{OVS} = 4M_{Ch}$$

Η ακριβής τιμή του ορίου M_{OVS} δεν είναι σήμερα γνωστή, αφού δεν είναι ξεκαθαρισμένη η κατάσταση των σχετικιστικών νετρονίων και κατ' επέκτασιν και του μέσου μοριακού βάρους της ύλης των Αστéρων Νετρονίων. Έχουν προταθεί από διάφορους ερευνητές τιμές που βρίσκονται στο διάστημα

$$0,7 M_{\odot} < M_{OVS} < 3,2 M_{\odot}$$

Η τιμή αυτή M_{OVS} είναι η μοναδική τιμή για τη μάζα ώστε ο αστέρας να ισορροπεί. Για μεγαλύτερες τιμές η βαρυτική κατάρρευση δε σταματάει πουθενά, αφού δεν υπάρχει κανείς μηχανισμός που να αντισταθμίσει την

²⁶ Από τα ονόματα των τριών φυσικών που την απέδειξαν.

²⁷ Δεχόμαστε ότι τα νετρόνια δε σχηματίζουν συσσωματώσεις δηλαδή το μέσο μοριακό βάρος ανά νετρόνιο της ύλης των Αστéρων Νετρονίων είναι $\mu_n=1$, ενώ το αντίστοιχο των Λευκών Νάνων είναι $\mu_e=2$

ολοένα αυξανόμενη βαρυτική πίεση και η ύλη καταρρέει στην ίδια την ύλη δημιουργώντας έτσι μία σημειακή ανωμαλία στην οποία η βαρύτητα γίνεται άπειρη και η ακτίνα μηδενική! Ο αστέρας μετατρέπεται σε μία Μελανή Οπή.

6. Πυκνότητα της ύλης στο εσωτερικό-απόσταση πυρήνων

Όπως έχει αναφερθεί οι Αστέρες Νετρονίων αποτελούνται από την πλέον συμπαγή μορφή ύλης που μπορεί να περιγραφεί με τους γνωστούς νόμους της φυσικής. Αυτό συμβαίνει γιατί, όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο, επειδή η μάζα του πυρήνα είναι μεγαλύτερη από το όριο Chandrasekhar, η κατάρρευση δεν σταματά αλλά συνεχίζεται προς καταστάσεις που χαρακτηρίζονται από ολοένα και μεγαλύτερη πυκνότητα. Έτσι, εξαιτίας των υψηλών θερμοκρασιών στις οποίες φθάνουμε λόγω της αδιαβατικής συμπίεσης του πυρήνα, συντελείται φωτοδιάσπαση αρχικά του σιδήρου (Fe) και κατόπιν του παραγόμενου ηλίου (He).²⁸ Στα παραγόμενα από τις φωτοδιασπάσεις αυτές νετρόνια προστίθενται και εκείνα από την μετατροπή των πρωτονίων,²⁹ με αποτέλεσμα, στον αστέρα να κυριαρχούν τα νετρόνια³⁰. Αυτό φαίνεται και από τη μέση πυκνότητα του αστέρα. Έτσι αν υποθέσουμε ότι ένας Αστέρας Νετρονίων έχει μάζα $M = 1,4 M_{\odot}$ και ακτίνα $R = 1.5 \cdot 10^6 \text{ cm}$, τότε θα έχει πυκνότητα: $\rho = M/V$ και αφού είναι

$$V_n = \frac{4\pi}{3} (R)^3$$

τότε

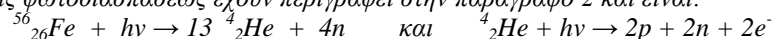
$$\rho = \frac{1,4M_{\odot}}{\frac{4\pi}{3} R^3}$$

και αντικαθιστώντας τις τιμές $M_{\odot} = 1,989 \cdot 10^{33} \text{ gr}$, και $R = 1.5 \cdot 10^6 \text{ cm}$ βρίσκουμε:

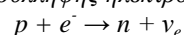
$$\rho = 2 \cdot 10^{14} \text{ gr / cm}^3$$

Η πυκνότητα αυτή είναι συγκρίσιμη με την πυκνότητα του νετρονίου³¹. Ουσιαστικά λοιπόν οι Αστέρες Νετρονίων θεωρούνται ως ενιαίοι ατομικοί πυρήνες στους οποίους όμως οι ισχυρές πυρηνικές δυνάμεις (των μεσονίων) έχουν αντικατασταθεί από την τεράστια βαρυτική δύναμη. Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια των Αστέρων Νετρονίων είναι τεράστια ($g_{NS} = 1,8 \cdot 10^{14} \text{ cm / sec}^2$, περίπου $6,8 \cdot 10^9$ φορές μεγαλύτερη απ' ό τι στην επιφάνεια του Ηλίου)³². Για τον λόγο αυτό οι ανωμαλίες της επιφάνειας (όρη, κοιλάδες κλπ) ενός Αστέρα Νετρονίων είναι πολύ μικρές, μόλις της τάξεως των λίγων εκατοστών. Η διαφορά όμως είναι ότι για να

²⁸ Οι αντιδράσεις φωτοδιασπάσεως έχουν περιγραφεί στην παράγραφο 2 και είναι:



²⁹ Πρόκειται για τις πυρηνικές αντιδράσεις σύλληψης ηλεκτρονίων που περιγράψαμε στην παράγραφο 2



³⁰ Ο λόγος νετρονίων προς πρωτόνια προς ηλεκτρόνια είναι $n : p : e = 8 : 1 : 1$

³¹ Η πυκνότητα του νετρονίου είναι $\rho_n = 4 \cdot 10^{14} \text{ gr/cm}^3$.

³² Είναι $g = G \cdot M / r^2$ επομένως αν βάλουμε τις τιμές για τη μάζα και την ακτίνα του Ηλίου $M = M_{\odot}$ και $R_{\odot} = 6,96 \cdot 10^{10} \text{ cm}$ και αντιστοίχως $M_{NS} = 1,4 M_{\odot}$ και $R_{NS} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ cm}$ τότε από τον λόγο g_{\odot} / g_{NS} παίρνουμε $g_{NS} = 6,8 \cdot g_{\odot}$

«αναρριχηθούμε» σ' ένα τέτοιο όρος (των λίγων εκατοστών) θα πρέπει να καταναλώσουμε πολύ περισσότερη ενέργεια απ' όση θα καταναλώναμε για να αναρριχηθούμε στην κορυφή του όρους Everest στη Γη!

Τέλος η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από τον Αστέρα Νετρονίων είναι περίπου **0,64c**.³³

7. Επίλογος

Αφού φθάσει στην κατάσταση του Αστέρα Νετρονίου ένας αστέρας και σταθεροποιηθεί εκεί, κατόπιν αρχίζει η ψύξη του.

Η αρχική θερμότητα που κληρονόμησε ο Αστέρας Νετρονίου προέρχεται όχι μόνο από εκείνη που παρέμεινε από την παραγωγή ενέργειας με θερμοπυρηνικές αντιδράσεις στον προγεννήτορά τους αστέρα, αλλά κυρίως από τη βαρυτική δυναμική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά τη βαρυτική κατάρρευση των κεντρικών περιοχών του παλαιού αστέρα.

Τη θερμότητα αυτή θα ξοδέψει ο Αστέρας Νετρονίου (όπως και οι Λευκοί Νάνοι) ακτινοβολώντας φως και λοιπή ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία στο διάστημα.

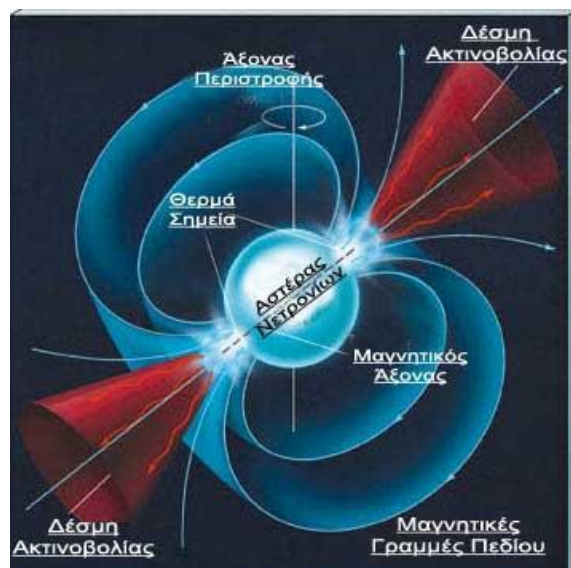
Η ψύξη ενός αστέρα νετρονίων συνοδεύεται από την απώλεια θερμικής ενέργειας, η οποία αποθηκεύεται κυρίως στον αστρικό πυρήνα.

Η ενέργεια μεταφέρεται με δύο τρόπους:

Πρώτον, από την εκπομπή νετρίνων³⁴ απ' όλο το αστρικό σώμα (κυρίως όμως από τον πυρήνα), όπου οι πιο ισχυρές αντιδράσεις λαμβάνουν χώρα. Η ψύξη λόγω νετρίνων κυριαρχεί στο αρχικό στάδιο.

Δεύτερον, μέσω της μεταφοράς θερμότητας δια μέσου των εσωτερικών στρωμάτων προς την επιφάνεια και παραπέρα από τη θερμική εκπομπή των φωτονίων από την επιφάνεια. Η ψύξη λόγω φωτονίων κυριαρχεί αργότερα, όταν η φωτεινότητα των νετρίνων εξασθενεί.

Οι Αστέρες Νετρονίων ακτινοβολούν ενεργειακές δέσμες ραδιοσημάτων στο Σύμπαν, από τους μαγνητικούς πόλους τους, καθώς περιστρέφονται



Εικόνα 4: Η γεωμετρία της εκπομπής ραδιοσημάτων ενός Αστέρα Νετρονίων.

³³ Λόγω του γεγονότος ότι η ταχύτητα διαφυγής είναι κοντά στην ταχύτητα του φωτός, για μια ολοκληρωμένη περιγραφή των φυσικών διαδικασιών που διέπουν έναν Αστέρα Νετρονίων, απαιτείται χρήση των αρχών ειδικής και γενικής σχετικότητας. Επειδή όμως το σφάλμα από τη μη χρήση αυτών είναι της τάξεως του 10%-20%, θα μπορούσε να παραληφθεί η χρήση τους χάριν απλότητας

³⁴ Τα νετρίνα όπως έχει αναφερθεί στην παράγραφο 2 παράγονται από τις αντιδράσεις σύλληψης ηλεκτρονίων που συμβαίνουν στον πυρήνα. Στην πραγματικότητα λαμβάνει χώρα η διαδικασία που ονομάζεται **Direct Urca Process** είναι απαγορευμένη στο εξωτερικό του πυρήνα των Αστέρων Νετρονίων, (επειδή το ποσοστό ηλεκτρονίων και πρωτονίων εκεί είναι χαμηλό και δεν επιτρέπει την διατήρηση της ορμής και ενέργειας) και περιλαμβάνει τη διαδοχή των αντιδράσεων:

της β -διάσπασης $n \rightarrow p + e + \nu_e$ (beta decay) και της β -αρπαγής $p + e \rightarrow n + \nu_e$ (beta capture).

γύρω από τους άξονές τους. Οι λεπτές αυτές δέσμες ραδιοσημάτων εκπέμπονται κατά μήκος του μαγνητικού τους άξονα ο οποίος σχηματίζει γωνία με τον άξονα περιστροφής (Εικόνα 4). Έτσι αν η Γη βρεθεί μέσα στον κώνο που σχηματίζεται από τον μαγνητικό άξονα ενός Αστέρων Νετρονίων, κατά την περιστροφή περί τον άξονα περιστροφής του λαμβάνει τις ενεργειακές αυτές δέσμες ραδιοσημάτων με εκπληκτική ακρίβεια περιόδου επανάληψης³⁵ που δεν αφήνει περιθώρια αμφισβήτησης της πηγής. Συγκεκριμένα από τις πιθανές πηγές που προτάθηκαν αποκλείστηκαν:

α. Η περίπτωση διπλού συστήματος αποτελούμενου από δύο Λευκούς Νάνους, αφού περίοδος περιφοράς του δεν θα μπορούσε να είναι μικρότερη από 1,7 sec, γιατί τότε θα έπρεπε οι δύο Λευκοί Νάνοι να είναι τόσο κοντά ώστε ο ένας να βρίσκεται μέσα στον άλλον. (ο άξονας της σχετικής τροχιάς του συστήματος θα ήταν μικρότερος από το άθροισμα των δύο τυπικών ακτίνων τους).

β. Η περίπτωση αναπάσεων Λευκών Νάνων, που θεωρητικά δεν μπορούν να έχουν περίοδο μικρότερη από 1 sec.

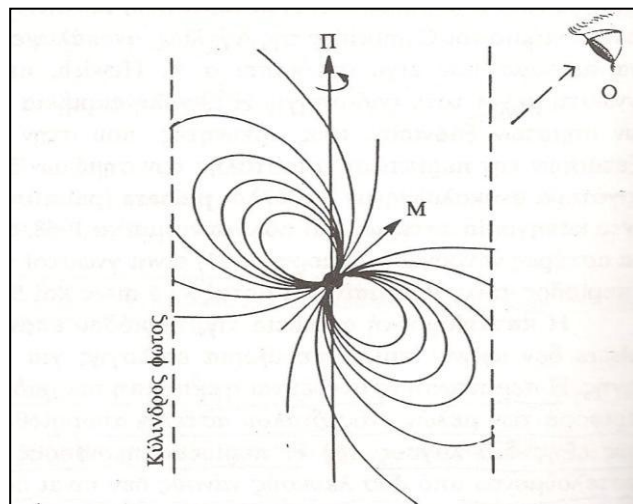
γ. Η περίπτωση περιστροφής Λευκών Νάνων, επίσης λόγω των μικρών τιμών που παρουσίαζε η περίοδος ορισμένων Αστέρων Νετρονίων που είχαν ανακαλυφθεί. Θα έπρεπε να συνέβαινε ένα από τα δύο: ή η γραμμική ταχύτητα του περιστρεφόμενου Λευκού Νάνου να ξεπερνάει κατά πολύ την ταχύτητα του φωτός, ή η ακτίνα του να είναι $R=75 \text{ km}$ για να είναι η γραμμική ταχύτητα ίση με την ταχύτητα του φωτός.

Έτσι απέμεινε η περίπτωση τα περιοδικά ραδιοσήματα να οφείλονται σε περιστρεφόμενους με μεγάλη ταχύτητα Αστέρες Νετρονίων, με ακτίνα περίπου στα 10 km.

Η γεωμετρία της λήψεως ενός σήματος μέσα στον κώνο από περιστροφή που σχηματίζουν οι περιστρεφόμενοι Αστέρες Νετρονίων θυμίζει το μηχανισμό της ακτινοβολίας ενός φάρου. (Εικόνες 4 – 5)

Η ύπαρξη των Αστέρων Νετρονίων είχε θεωρητικά προβλεφθεί πολύ πριν από την ανακάλυψή τους, που έγινε τυχαία το 1967 από την μεταπτυχιακή τότε φοιτήτρια Jocelyn Bell, στο πλαίσιο ενός προγράμματος του πανεπιστημίου του Cambridge που είχε σχεδιάσει ο A. Hewish, αναλύοντας δεδομένα στα ραδιοφωνικά κύματα.

Σήμερα είναι γνωστοί γύρω στους 550 Αστέρες Νετρονίων.



Εικόνα 5: Γεωμετρία λήψεως ραδιοσημάτων. Ο άξονας του μαγνητικού πεδίου (Μ) δεν συμπίπτει με τον άξονα περιστροφής (Π). Ο παρατηρητής (Ο) βλέπει την ακτινοβολία από τον έναν πόλο. Με διακεκομμένη γραμμή έχει σχεδιαστεί ο κύλινδρος φωτός του αστέρα.

Ιωάννης Χρ. Αγαπάκης

³⁵ Έχουν παρατηρηθεί Αστέρες Νετρονίων με περιόδους εκπομπής μεταξύ 1,5 msec και 5,1 sec.