

ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΑΝΗΣΥΧΙΕΣ

Στο τέλος του Σεπτεμβρίου βρέθηκα σ' ένα κυκλαδίτικο νησί, οι εικόνες από το όμορφο ηλιοβασίλεμα του οποίου συνοδεύονταν από τις υπέροχες μουσικές του Τρίτου Προγράμματος της Ελληνικής Ραδιοφωνίας, από την εκπομπή του Μενέλαου Καραμαγγιώλη με τίτλο:

«Πού πάει η μουσική όταν δεν την ακούμε πια;»

Ο πρωτότυπος τίτλος, η μουσική, το ηλιοβασίλεμα, το νησί, ... διήγειραν εκτός από τη διάθεση ρομαντισμού και τη διάθεση για σκέψεις κβαντομηχανικής. Ξαφνικά σκέφτηκα πως ίσως κάποιο αντίστοιχο ερέθισμα οδήγησε τον Άγγλο φυσικό John Wheeler¹ να αναρωτηθεί:

«Τι νόημα θα είχε το Σύμπαν, αν δεν υπήρχε ο άνθρωπος για να το παρατηρεί;»

και κάπως έτσι να φτάσει στην έμπνευση του «Συμμετοχικού Σύμπαντος».

Σε μια αποστροφή του λόγου του ο Wheeler θα αποφανθεί:

«Δεν είμαστε μόνο παρατηρητές. Είμαστε συμμετέχοντες. Υπό μίαν παράξενη έννοια, αυτό είναι ένα συμμετοχικό Σύμπαν.»

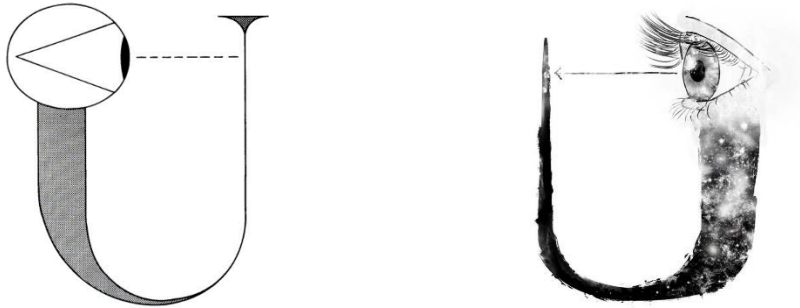
Σ' ένα τέτοιας μορφής Σύμπαν αναρωτιόμαστε:

- Πόσο επηρεάζονται τα πράγματα όταν τα κοιτάμε;
- Μπορούμε να εκτελέσουμε ένα τελείως αντικειμενικό πείραμα;
- Υπάρχουν τα πράγματα πριν τα παρατηρήσουμε;
- Έχουν τα πράγματα κάποιες ιδιότητες πριν την παρατήρηση, ή μήπως οι ιδιότητες των πραγμάτων είναι οι ίδιες μας οι παραδοχές για το τι είναι τα πράγματα;
- Μήπως η ερμηνεία για τον κόσμο δεν ξεπέρασε ποτέ την αλήθεια αυτής της αλληλεπίδρασης ανάμεσα στο «μέσα» και το «έξω»;
- Υπάρχουμε για τον κόσμο, όταν ο κόσμος δε μας δίνει σημασία;
- Πόσο διαφορετικοί είμαστε όταν κάποιοι μας παρατηρούν;

¹ Ο John Archibald Wheeler (1911-2008) ήταν Αμερικανός θεωρητικός φυσικός. Ήταν σε μεγάλο βαθμό υπεύθυνος για την αναζωογόνηση του ενδιαφέροντος για τη γενική σχετικότητα στις Ηνωμένες Πολιτείες μετά τον Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο. Ο Wheeler συνεργάστηκε επίσης με τον Niels Bohr για να εξηγήσει τις βασικές αρχές της πυρηνικής σχάσης.

Ένα Συμμετοχικό Σύμπαν

Το συμμετοχικό σύμπαν του Wheeler είναι ένα αυτοδιεγειρόμενο σύστημα που δημιουργείται από την αυτοαναφορά. Το σύμπαν αυτό γεννάει τους επικοινωνούντες συμμετέχοντες και αυτοί με τη σειρά τους του δίνουν νόημα ... με την έννοια μιας ατέλειωτης σειράς διαδοχικών αντανakλάσεων γεγονότων και παρατηρητή τους.²



Εικόνα 1: Συμβολική αναπαράσταση του Σύμπαντος ως ένα αυτοδιεγειρόμενο σύστημα που δημιουργείται από την αυτοαναφορά. Το Σύμπαν γεννά τους επικοινωνούντες (συμμετάσχοντες) παρατηρητές. Αυτοί δίνουν νόημα στο Σύμπαν ... υπό την έννοια μιας ατέλειωτης σειράς αντανakλάσεων γεγονότων και παρατήρησής τους.

Η έννοια της συμμετοχής του παρατηρητή, που στο συμμετοχικό Σύμπαν ονομάζεται «συμμετέχων», είναι συναφής με τη κβαντομηχανική, όπου ο παρατηρητής μέσω της μέτρησης προκαλεί την κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης, μετά την οποία το κβαντικό αντικείμενο που παρατηρείται και που πριν τη μέτρηση βρισκόταν σε μία απροσδιόριστη κατάσταση υπέρθεσης, παίρνει την τελική του μορφή.

Δηλαδή το κβαντικό αντικείμενο αποκτά σαφή μορφή μέσα στον κόσμο, όταν ακριβώς έρχεται σε επαφή με το περιβάλλον του μέσω μηχανισμού που ονομάζεται αποσύνδεση.

Αφήνοντας πίσω την έννοια του συμμετοχικού Σύμπαντος και επιστρέφοντας στο αρχικό ερέθισμα, τον τίτλο της εκπομπής του Τρίτου Προγράμματος της Ελληνικής Ραδιοφωνίας, τον προσάρμοσα ελάχιστα, ικανοποιώντας με τον τρόπο αυτό τις «κβαντομηχανικές» μου ανησυχίες. Έτσι δεν αντιστάθηκα στον πειρασμό να ρωτήσω κι εγώ ρητορικά:

² Σημείωση του γράφοντος: Ο ισχυρισμός του Wheeler μπορεί να χαρακτηριστεί μάλλον **υπερβολικός**, αφού ουσιαστικά θεωρεί ότι όλος ο «έξω» κόσμος υπάρχει μόνο μέσα από το δικό μας εσωτερικό κόσμο (τον κόσμο του παρατηρητή). Σύμφωνα με την Συμμετοχική Ανθρωπική Αρχή του, το σύμπαν ήταν όχι μόνο προορισμένο να δημιουργήσει νοήμονα ζωή (τον άνθρωπο), αλλά και να καθοδηγείται από αυτήν. Εδώ το συμμετοχικό σύμπαν που προτείνει έρχεται σε αντίφαση με τη σταθερότητα των φυσικών σταθερών, καθώς και την αναλλοιωτότητα των φυσικών νόμων, που θα μπορούσαν ν' αλλάζουν μόνο και μόνο γιατί κάποιος τους παρατηρεί.

- Πού πηγαίνει ο ήχος όταν δεν τον ακούμε;
- Πού πηγαίνει το φως όταν δεν το βλέπουμε;
- Αν πέσει στο δάσος ένα δένδρο, αλλά δεν βρίσκεται εκεί κάποιος να το ακούσει, θα κάνει θόρυβο;

Για να κατανοήσουμε το νόημα των ανωτέρω ερωτήσεων, θα πρέπει να εισέλθουμε στο γνωστικό πεδίο της Κβαντομηχανικής. Θα το κάνουμε χωρίς διείσδυση σε ατέρμονα μαθηματικά, αλλά κρατώντας μόνο όσα απ' αυτά είναι απαραίτητα για να διατηρήσουμε μια ισορροπία ανάμεσα στην εύκολη κατανόηση των εννοιών και την επιστημοσύνη, την αναγκαία για τη διατήρηση ενός υψηλού επιστημονικού επιπέδου του άρθρου.

Ο κυματοσωματιδιακός δυϊσμός

Ανοίγοντας τον «ασκό» της κβαντομηχανικής θα πρέπει να επισημάνουμε ότι το κυριότερο χαρακτηριστικό της είναι ο **κυματοσωματιδιακός** δυϊσμός. Συνίσταται στο γεγονός ότι οι θεμελιώδεις οντότητες της φύσης (όπως το φως και η ύλη) παρουσιάζουν και κυματική και σωματιδιακή συμπεριφορά. Πρόκειται για την ενοποίηση δύο πειραματικών παρατηρήσεων από τους φυσικούς του 20ου αιώνα³:

- τον **κυματοσωματικό δυϊσμό του φωτός** κατά τον οποίο η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία (το φως) δεν έχει τον καθαρά κυματικό χαρακτήρα που της αποδίδει η κλασική φυσική, αλλά έχει ταυτόχρονα και σωματιδιακή υπόσταση με σωματιδιακό φορέα το φωτόνιο, δηλαδή το σωματίδιο του φωτός (ή αλλιώς κβάντο φωτός) και

- τον **κυματοσωματικό δυϊσμό της ύλης** κατά τον οποίο ακόμη και μία φυσική οντότητα, όπως τα σωματίδια -π.χ. το ηλεκτρόνιο, το πρωτόνιο κ.λπ.- τα οποία μέσα στο κλασικό πλαίσιο θεωρούνται αποκλειστικά ως σωματίδια, εκδηλώνουν επίσης και κυματική συμπεριφορά.

Ως εκ τούτου, από τη μία το φως είναι συγχρόνως κύμα και σωματίδιο, από την άλλη δε τα σωματίδια της ύλης είναι συγχρόνως και σωματίδια και κύματα.

Οι ανακαλύψεις αυτές οδήγησαν σε επανάσταση στο χώρο της φυσικής, αποκαθλώνοντας απότομα και βίαια την κλασική φυσική⁴, η οποία στα τέλη του 19^{ου}

³ Επιγραμματικά αναφέρουμε τα φαινόμενα που παρατηρήθηκαν στις αρχές του 20ου αιώνα και οδήγησαν στην ιδέα της σωματιδιακής φύσης του φωτός, από την οποία ξεκίνησε η γέννηση της Κβαντικής θεωρίας. Τα φαινόμενα αυτά ήταν: **η ακτινοβολία μέλανος σώματος** (Max Planck – 1918), **το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο** (Albert Einstein – 1905) και **το φαινόμενο Compton** (Debye και Compton – 1923).

⁴ Η κλασική φυσική συνίστατο από την κλασική μηχανική, την ηλεκτρομαγνητική θεωρία και την στατιστική μηχανική.

αιώνα είχε φτάσει στην ιστορική της ολοκλήρωση⁵.

Ένα ντόμινο εξελίξεων, που αρχή τους είχαν τον κυματοσωματικό δυϊσμό, έφεραν την κατάρρευση της κλασσικής φυσικής ανοίγοντας τον δρόμο για την κβαντομηχανική, την σύγχρονη αντίληψη για τον κόσμο. Μέσα στο κλασικό πλαίσιο η συνύπαρξη σωματιδιακών και κυματικών ιδιοτήτων ήταν αδύνατη, αδιανόητη. Στην κλασσική φυσική ένα σωματίδιο δεν ήταν παρά ένας εντοπισμένος και αδιαίρετος κόκκος ύλης, που κινείται πάνω σε μία καλά καθορισμένη τροχιά ακολουθώντας τους νόμους της νευτώνειας μηχανικής (εξίσωση του Νεύτωνα). Αντίθετα, ένα κύμα ήταν μία εκτεταμένη φυσική διαταραχή που μπορούσε μάλιστα να σκεδαστεί, να ανακλαστεί και να διαιρεθεί. Έτσι, οι έννοιες σωματίδιο και κύμα στην κλασσική φυσική έμοιαζαν ασυμβίβαστες. Το σωματίδιο εντοπισμένο και αδιαίρετο, το κύμα εκτεταμένο και διαιρετό.

Με τη νέα πραγματικότητα που επέβαλε ο κυματοσωματικός δυϊσμός τα πάντα στη φύση έχουν διπλή υφή, τόσο κυματική, όσο και σωματιδιακή. Η επιστημονική κοινότητα υποχρεώθηκε να εγκαταλείψει την κλασσική ερμηνεία και σταδιακά να συμβιβάσει τις μέχρι τώρα ασυμβίβαστες έννοιες σωματιδίου και κύματος κάτω από τα δύο ζεύγη των μαθηματικών σχέσεων που ακολουθούν:

$$\boxed{E = h \cdot f} \quad \text{και} \quad \boxed{p = \frac{h}{\lambda} \cdot f} \quad (\alpha)$$

$$\boxed{f = \frac{E}{h}} \quad \text{και} \quad \boxed{\lambda = \frac{h}{p} \cdot f} \quad (\beta)$$

Οι σχέσεις (α), που αναφέρονται στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα (φως), δηλώνουν το εξής: «ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα, συχνότητας f και μήκους κύματος λ συμπεριφέρεται ταυτόχρονα και ως ένα ρεύμα σωματιδίων (ένα ρεύμα φωτεινών κβάντων), που καθένα τους έχει ενέργεια $E = h \cdot f$ και ορμή $p = \frac{h}{\lambda} \cdot f$ »⁶

⁵ Ύστερα από μία μακράιωνη διαδικασία ενοποίησης και σύνθεσης στην κλασσική φυσική, μία τεράστια ποικιλία εμπειρικών νόμων είχε πια συμπυκνωθεί σε έναν εκπληκτικά μικρό αριθμό θεμελιωδών εξισώσεων με βάση τις οποίες φαινόταν κατ' αρχήν δυνατόν να ερμηνευτούν όλα τα φυσικά φαινόμενα.

⁶ Το h είναι η σταθερά του Planck με συγκεκριμένη αριθμητική τιμή $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$. Η σταθερά αυτή συνδέει τις δύο ασυμβίβαστες στην κλασσική φυσική όψεις των πραγμάτων: η σωματιδιακή και η κυματική. Περισσότερο χρησιμοποιείται η ανηγμένη σταθερά Planck, η οποία ορίζεται από τη σχέση $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

Οι σχέσεις (β), που αναφέρονται στα σωμάτια (π.χ πρωτόνιο, ηλεκτρόνιο), δηλώνουν ότι: «ένα σωματίδιο ενέργειας E και ορμής p συμπεριφέρεται ταυτόχρονα και ως ένα κύμα με συχνότητα $f = \frac{E}{h}$ και μήκος κύματος $\lambda = \frac{h}{p} \cdot f$ »

Η εξίσωση Schrödinger⁷

(α) Χρονοανεξάρτητη

Ο Schrödinger έδωσε υπόσταση στον κυματοσωματιδιακό δυϊσμό της ύλης, διατυπώνοντας την ομώνυμη εξίσωση για να περιγράψει τη χρονική και χωρική εξάρτηση των κβαντομηχανικών συστημάτων.

Στην κλασική φυσική ένα κύμα καθορισμένου μήκους κύματος λ (και αντίστοιχα κυματαριθμού $k = \frac{2\pi}{\lambda}$) περιγράφεται από τη συνάρτηση

$$u = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) = A \sin(kx)$$

και ικανοποιεί τη διαφορική εξίσωση (ΔΕ):

$$u'' + k^2 u = 0.$$

Κατ' αντιστοιχία με τα κλασικά κύματα ο Schrödinger υπέθεσε ότι η κυματοσυνάρτηση $\psi(x)$ ενός υλικού κύματος (κυματαριθμού $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{h/p} = \frac{p}{\hbar}$) ικανοποιεί τη ΔΕ:

$$\psi'' + k^2 \psi = \psi'' + \frac{p^2}{\hbar^2} \psi = 0.$$

Με την υπόθεση ότι η προηγούμενη ΔΕ ικανοποιείται ακόμη και όταν το σωματίδιο κινείται υπό την επίδραση δυναμικού $V(x)$, η συνολική του ενέργεια είναι

$$E = E_{\text{κιν}} + E_{\text{δυν}} = \frac{p^2}{2m} + V(x)$$

και συνεπώς $p^2 = 2m[E - V(x)]$, κατέληξε στην χρονικώς ανεξάρτητη εξίσωση που πήρε το όνομά του:

$$\boxed{\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2} [E - V(x)] \cdot \psi = 0} \quad (\gamma)$$

⁷ Ο Erwin Schrödinger (1887-1961) ήταν Αυστριακός φυσικός, ασχολήθηκε με τη Στατιστική φυσική, τη Θερμοδυναμική, την Ηλεκτροδυναμική, την Κοσμολογία, τη Βιολογία, τη Φιλοσοφία, αλλά κυρίως με την Κβαντική φυσική, ανακαλύπτοντας στα 1925 την περίφημη κυματική εξίσωση που φέρει το όνομά του.

(β) Χρονοεξαρτημένη

Θα δούμε τώρα πώς ο Schrödinger κατέληξε στην χρονοεξαρτημένη εξίσωση.

Στα κλασσικά κύματα η χρονική εξάρτηση των κυμάτων καθορισμένης συχνότητας ω εκφράζεται με την γνωστή ημιτονοειδή μορφή:

$$u(x,t) = U(x) \cdot \sin \omega t$$

αντίστοιχα στην κβαντομηχανική η εξάρτηση από το χρόνο μιας κατάστασης με καθορισμένη ενέργεια E εκφράζεται από τη μορφή:

$$\psi_E(x,t) = \psi_E(x) \cdot e^{-iEt/\hbar} \quad (\delta)^8$$

ή ισοδύναμα:

$$\psi_E(x,t) = \psi_E(x) \cdot e^{-i\omega t}$$

όπου $\omega = E / \hbar$.

Επειδή για την χαμιλτονιανή ισχύει:

$$H = \frac{p^2}{2m} + V = E_n$$

ισοδύναμα θα είναι:

$$H\psi_n = E_n\psi_n$$

και κάθε λύση θα εξελίσσεται χρονικά:

$$\Psi_n(x,t) = \psi_n(x) \cdot e^{-iEt/\hbar} \quad (\epsilon)$$

Αν τώρα υποθέσουμε ότι η χρονοεξαρτημένη εξίσωση Schrödinger που αναζητούμε, είναι γραμμική, τότε κάθε γραμμικός συνδυασμός των παραπάνω χρονοεξαρτημένων λύσεων

$$\Psi(x,t) = \sum_n c_n \psi_n(x) \cdot e^{-iE_n t/\hbar} \quad \text{με } n=0,1,2,\dots,\infty \quad (\sigma\tau)$$

θα αποτελεί λύση της εξίσωσης αυτής. Έτσι η χρονοεξαρτημένη εξίσωση πρέπει να είναι μία ΔΕ 1^{ης} τάξεως ως προς το χρόνο, ώστε αν γνωρίζουμε την αρχική της μορφή, να μπορούμε να βρούμε τη χρονική της εξέλιξη.

⁸ Το μιγαδικό εκθετικό της (δ) εκφράζει την χρονικά αμετάβλητη πιθανότητα να εμφανιστεί κάπου στο χώρο το σωματίδιο. Στην περίπτωση που και στην κβαντομηχανική ίσχυε μια χρονική εξάρτηση ανάλογη με των κλασσικών κυμάτων, δηλαδή της μορφής $\Psi(x,t) = \psi(x) \cdot \sin \omega t$ (με $\omega = E / \hbar$) θα παρατηρούσαμε την παράλογη συνέπεια το σωματίδιο να εξαφανίζονταν ξαφνικά χωρίς λόγο από το Σύμπαν.

Παραγωγίζοντας λοιπόν ως προς το χρόνο μία μερική λύση της (στ) για κάποια τιμή n παίρνουμε:

$$\frac{\partial \Psi_n}{\partial t} = \frac{\partial(\psi_n(x) \cdot e^{-iE_n t/\hbar})}{\partial t} = \psi_n(x) \frac{\partial(e^{-iE_n t/\hbar})}{\partial t} = \frac{-iE_n}{\hbar} \cdot \psi_n(x) \cdot e^{-iE_n t/\hbar}$$

και πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη με $i\hbar$ και παίρνουμε:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_n}{\partial t} = E_n \psi_n(x) \cdot e^{-iE_n t/\hbar} \quad (\zeta)$$

και επειδή όπως είδαμε παραπάνω για τη χαμιλτονιανή είναι: $H = E_n$, η (ζ) γράφεται:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_n}{\partial t} = H \psi_n(x) \cdot e^{-iE_n t/\hbar}$$

που λόγω της (ε) τελικά παίρνει την ισοδύναμη μορφή:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_n}{\partial t} = H \Psi_n(x, t) \cdot e^{-iE_n t/\hbar}$$

η οποία ισχύει για κάθε τιμή του n , που σημαίνει ότι η γενική λύση $\Psi(x, t)$ θα πρέπει να ικανοποιεί μια αντίστοιχη εξίσωση:

$$\boxed{i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H \Psi(x, t) \cdot e^{-iE_n t/\hbar}} \quad (\eta)$$

την χρονοεξαρτημένη εξίσωση Schrödinger που αναζητούμε.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

α) Δεδομένου ότι ο τελεστής $i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$ είναι φανταστικός, ενώ ο χαμιλτονιανός τελεστής

$H = \frac{p^2}{2m} + V$ είναι πραγματικός, η κυματοσυνάρτηση $\Psi(x, t)$ δεν μπορεί να είναι

πραγματική. Άρα η $\Psi(x, t)$ δεν μπορεί να περιγράψει κάποιο πραγματικό φυσικό μέγεθος.

Συνεπώς επιβάλλεται η στατιστική ερμηνεία της κυματοσυνάρτησης.

β) Μια οποιαδήποτε κυματοσυνάρτηση $\psi(x)$ μπορεί να εκφραστεί ως γραμμικός συνδυασμός των $\psi_n(x)$ με κατάλληλους συντελεστές c_n , (αρχή της επαλληλίας).

$$\psi(x) \equiv \Psi(x, 0) = \sum_n c_n \psi_n(x)$$

Καταστάσεις επαλληλίας

Όπως είδαμε παραπάνω, στην παρατήρηση (β), μια κυματοσυνάρτηση $\psi(x)$ μπορεί να εκφραστεί ως γραμμικός συνδυασμός των καταστάσεων $\psi_n(x)$ με κατάλληλους συντελεστές.

Για παράδειγμα, ως αποτέλεσμα κάποιας εξωτερικής διαταραχής ένα σωματίδιο μπορεί να βρεθεί σε μια κατάσταση επαλληλίας π.χ. της μορφής:

$$\psi(x) = c_1\psi_1(x) + c_2\psi_2(x) \quad (\theta)$$

όπου ψ_1 είναι μια κατάσταση με ενέργεια E_1 , ψ_2 μια άλλη κατάσταση με ενέργεια E_2 και c_1, c_2 είναι αριθμητικοί συντελεστές, των οποίων το τετράγωνο της απόλυτης τιμής παριστάνει την πιθανότητα να βρούμε το σωματίδιο στην κατάσταση ψ_1 με ενέργεια E_1 , ή στην κατάσταση ψ_2 με ενέργεια E_2 , δηλαδή:

$$P_1 = |c_1|^2 \text{ και } P_2 = |c_2|^2,$$

η ερμηνεία που δόθηκε στους αριθμητικούς συντελεστές c_1, c_2 απαιτεί το άθροισμά τους να αποδίδει πιθανότητα 100%, δηλαδή να είναι:

$$P_1 + P_2 = |c_1|^2 + |c_2|^2 = 1.$$

Αφού τώρα η καθεμία από τις κυματοσυναρτήσεις $\psi_1(x)$ και $\psi_2(x)$ εξελίσσονται χρονικά όπως δείχνει η σχέση (δ) αλλά με διακεκριμένη ενέργεια η καθεμία, άρα η χρονοεξαρτημένη μορφή της (θ) γράφεται:

$$\boxed{\psi(x,t) = c_1\psi_1(x)e^{-iE_1t/\hbar} + c_2\psi_2(x)e^{-iE_2t/\hbar}} \quad (i)$$

Το αξίωμα της μέτρησης (αρχή του φιλτραρίσματος)

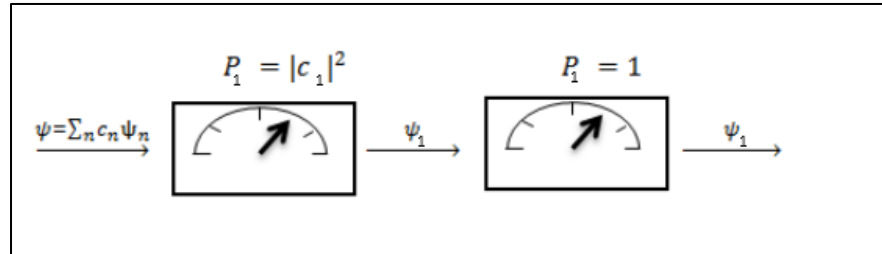
Τι θα συμβεί όμως αν σε ένα κβαντικό σύστημα που περιγράφεται από μια κατάσταση επαλληλίας μετρήσουμε με κάποια συσκευή ένα μέγεθος π.χ. την ενέργεια του συστήματος;

Πριν τη μέτρηση η επαλληλία δίνει πιθανότητες και για τις δύο καταστάσεις. Μετά τη μέτρηση, όμως, μόνο μία (έστω η E_1) από τις δύο ιδιοτιμές ενέργειας θα καταγραφεί από τη συσκευή και η πιθανότητά να βρεθεί το κβαντικό σύστημα στην κατάσταση ψ_1 θα είναι στο 100%.

Η κατάσταση λοιπόν μετά τη μέτρηση θα είναι η ψ_1 ενώ το κβαντικό σύστημα θα περιγράφεται από κυματοσυνάρτηση η οποία θα είναι η ιδιοσυνάρτηση της ιδιοτιμής που μετρήθηκε (βλ. Εικόνα 2), δηλαδή⁹:

$$\psi(x,t) = \psi_1(x)e^{-iE_1t/\hbar}$$

Στην περίπτωση αυτή συνηθίζεται να χρησιμοποιούμε τον όρο **“κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης”**.



Εικόνα 2: Μετά την παρατήρηση (μέτρηση) το κβαντικό σύστημα περιγράφεται πλέον από την ψ_1 , την ιδιοσυνάρτηση που αντιστοιχεί στη μετρηθείσα τιμή E_1 . Μια δεύτερη μέτρηση επιβεβαιώνει ακριβώς το αρχικό αποτέλεσμα κατά 100% ($P_1=1$)

Μια εφαρμογή του αξιώματος μέτρησης και της επαλληλίας στην κβαντομηχανική είναι το γνωστό πείραμα της «γάτας του Schrödinger» που θα αναπτύξουμε παρακάτω.

Η γάτα του Schrödinger

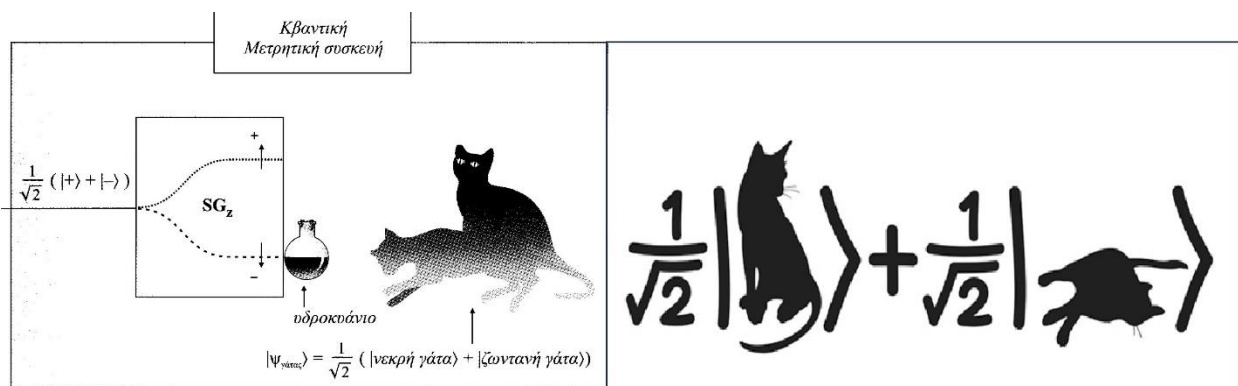
Λέγεται ότι ο Schrödinger θεωρούσε παρατραβηγμένη την κυματική εξίσωση που ο ίδιος ανακάλυψε και για να την «καταρρίψει» σχεδίασε το γνωστό περίφημο πείραμα με τη γάτα. Το πείραμα αυτό περιγράφουμε παρακάτω.

Μια γάτα είναι κλεισμένη σε ένα κουτί. Στην είσοδο του κουτιού συνδέουμε μια κβαντική συσκευή μετρήσεως (συσκευή Stern Gerlach) η οποία οδηγεί τα εισερχόμενα σωματίδια με άνω σπιν στο πάνω μέρος του κουτιού και τα σωματίδια με κάτω σπιν στο κάτω μέρος. Αν εισέλθει σωματίδιο με κάτω σπιν ενεργοποιείται μία χημική αντίδραση που παράγει υδροκυάνιο και σκοτώνει την γάτα, ενώ αν εισέλθει σωματίδιο με άνω σπιν η γάτα δεν παθαίνει τίποτε. Η είσοδος του σωματιδίου στη συσκευή ακολουθεί κβαντική διαδικασία, οπότε το σωματίδιο μπορεί να βρεθεί σε μια κατάσταση επαλληλίας της μορφής της εξισώσεως (θ), δηλαδή:

$$\psi(x) = c_1|+\rangle + c_2|-\rangle$$

⁹ Ο συντελεστής $c_1 = 1$ διότι η πιθανότητα 100% μεταφράζεται σε $I=P_1=|c_1|^2$.

Εφόσον δεν έχουμε ανοίξει το κουτί, σύμφωνα με την κβαντομηχανική, η κατάσταση της γάτας είναι μια υπέρθεση (επαλληλία) των δυο δυνατών καταστάσεων: είναι ταυτόχρονα και ζωντανή και νεκρή. (Εικόνα 3)



Εικόνα 3: (Αριστερά) Όταν εισέρχεται σωματίδιο με θετικό σπιν η γάτα παραμένει ζωντανή. Όταν εισέρχεται σωματίδιο με αρνητικό σπιν παράγεται υδροκοκάνιο και η γάτα πεθαίνει. Αν δεν ανοίξουμε το κουτί δεν μπορούμε να ξέρουμε σε ποια κατάσταση βρίσκεται η γάτα. Σύμφωνα με τον νόμο της επαλληλίας η γάτα είναι και **νεκρή και ζωντανή**. (Δεξιά) Η εξίσωση της καταστάσεως επαλληλίας του πειράματος γραμμένη με ... καλλιτεχνικό τρόπο.

Τι συμβαίνει όμως όταν ανοίξουμε το κουτί; Πριν το ανοίξουμε οι πιθανότητες η γάτα να είναι ζωντανή ή νεκρή ήταν μοιρασμένες στο 50%. Αυτό δείχνουν και οι συντελεστές της εξίσωσης επαλληλίας αφού είναι:

$$P_1 = |c_1|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2 = 0,5 \text{ και } P_2 = |c_2|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2 = 0,5$$

Ανοίγοντας το κουτί και παρατηρώντας στο εσωτερικό του, **καταρρέει η κυματοσυνάρτηση** που περιγράφει τη γάτα, και την βλέπουμε στη μια από τις δυο δυνατές καταστάσεις της: ή ζωντανή (ή νεκρή). Βλέποντας τη γάτα ζωντανή, η κυματοσυνάρτηση καταρρέει στην ιδιοσυνάρτηση της ιδιοτιμής που παρατηρούμε. Το παράλογο για τον Schrödinger ήταν πως δεν γίνεται να θεωρούμε τη γάτα συγχρόνως και ζωντανή και νεκρή μόνο και μόνο επειδή δεν έχουμε ανοίξει το κουτί.

Στην μετρητική διαδικασία φαίνεται να συμπυκνώνονται όλα τα παράδοξα και αντικαισθητικά χαρακτηριστικά της κβαντικής συμπεριφοράς, όπως: η ακραία μη τοπικότητα – που αποτυπώνεται με τον πιο εντυπωσιακό τρόπο στο παράδοξο EPR¹⁰ –

¹⁰ Το Παράδοξο EPR (πήρε το όνομά του από τα αρχικά των φυσικών που το διατύπωσαν το 1935: Einstein, Podolsky και Rosen) λέει πως: "Αν μπορούμε, χωρίς καθόλου να διαταράζουμε ένα σύστημα, να προβλέψουμε με βεβαιότητα την τιμή ενός φυσικού μεγέθους, τότε υπάρχει κάποιο στοιχείο φυσικής πραγματικότητας που αντιστοιχεί σ' αυτό το φυσικό μέγεθος". Με πιο απλά λόγια οι Einstein, Podolsky και Rosen δεν αποδεχόταν την ιδέα πως η μέτρηση ενός φωτονίου σε κάποιον τόπο μπορούσε να προκαλέσει ακαριαία μια φυσική επίπτωση κάπου αλλού – μόνο και μόνο επειδή οι κβαντικές μετρήσεις αφορούν πιθανότητες.

και η αδυναμία εφαρμογής της εξίσωσης Schrödinger στην ίδια την μετρητική διαδικασία, που δραματοποιείται με το περίφημο παράδοξο της γάτας του Schrödinger. Αναλογιζόμαστε λοιπόν: είναι δυνατόν η κβαντομηχανική να εφαρμοστεί στην ίδια τη διαδικασία της μέτρησης, ώστε ένα φαινόμενο τόσο ιδιάζον όσο η κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης να μπορεί να μελετηθεί ως μια φυσική διαδικασία όπως όλες οι άλλες; Στο πλαίσιο της κλασικής φυσικής ένα τέτοιο ερώτημα – το αν οι φυσικοί νόμοι είναι εφαρμόσιμοι στη διαδικασία της μέτρησης – είναι αδιανόητο. Προφανώς και είναι εφαρμόσιμοι. Και αυτούς βεβαίως εφαρμόζουμε προκειμένου να αναλύσουμε τι συμβαίνει σε ένα πείραμα και τι ακριβώς μετράει η συσκευή μας.

Απαιτείται με άλλα λόγια – προκειμένου να καταλήξουμε σε ένα σαφές αποτέλεσμα για το σπιν του σωματιδίου – να εγκαταλείψουμε την κβαντική μας συσκευή (και ιδίως την κβαντική μας γάτα (!)) και να προσφύγουμε σε ένα καθαρό **κλασικό όργανο μέτρησης** (που μπορεί να είναι ο ίδιος ο άνθρωπος-παρατηρητής) ώστε να αποφύγουμε τις κβαντικές επαλληλίες και να καταλήξουμε σε συγκεκριμένο αποτέλεσμα.

Επομένως η κβαντική μέτρηση έχει νόημα μόνο αν υποθεθεί εξαρχής η ύπαρξη καθαρά κλασικών συστημάτων, που δεν υπόκεινται στην αρχή της επαλληλίας, και τα οποία μπορούν να λειτουργήσουν έτσι ως μετρητικά όργανα ικανά να δίνουν πάντα αναμφίβολα αποτελέσματα.

Με άλλα λόγια, η κβαντομηχανική προϋποθέτει για την ερμηνεία της την ύπαρξη του κλασικού της ορίου. Χωρίς αυτό το όριο η κβαντομηχανική δεν έχει νόημα.

Μια άλλη ερμηνεία του πειράματος της γάτας του Schrödinger έδωσε στα 1957 ο Hugu Everett (27χρονος τότε φυσικός υπό την καθοδήγηση του John Archibald Wheeler. Σύμφωνα μ' αυτήν υπάρχουν πολλοί πραγματικοί κόσμοι – σ' έναν απ' αυτούς ζούμε – και στον καθένα πραγματώνεται και ένα από τα πιθανά αποτελέσματα της κυματοσυναρτήσεως. Η γάτα είναι ζωντανή και νεκρή γιατί στην περίπτωση του πειράματος υπάρχουν δύο σύμπαντα (ή το Σύμπαν έχει χωριστεί στα δύο). Στο ένα σύμπαν η γάτα είναι ζωντανή (το σπιν είναι +) και στο άλλο είναι νεκρή (το σπιν είναι -) Έτσι όταν ανοίγουμε το κουτί και βλέπουμε τη γάτα ζωντανή, αυτό δε σημαίνει κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης, αλλά απλώς ότι σ' ένα άλλο σύμπαν η γάτα είναι νεκρή. Οι κάτοικοι του κάθε σύμπαντος ισχυρίζονται ότι μόνον το δικό τους είναι πραγματικό και τα υπόλοιπα είναι φανταστικά. Όμως σύμφωνα με τον Everett, όλοι αυτοί οι πολλαπλοί κόσμοι είναι εξίσου πραγματικοί αλλά ανεξάρτητοι μεταξύ τους διότι δεν αλληλεπιδρούν.

Επιστρέφοντας τέλος στα αρχικά ερωτήματα, γύρω από τα οποία πραγματικά πλανάται έντονα η παραδοξότητα, θα μπορούσαμε να υποστηρίξουμε ότι το παράδοξο εξαλείφεται

όταν δεχθούμε εξαρχής την ύπαρξη καθαρά κλασικών συστημάτων, που δεν υπόκεινται στην αρχή της επαλληλίας και τα οποία δίνουν αναμφίβολα αποτελέσματα.

Από την άλλη όμως ας αναλογιστούμε γιατί μας φαίνεται εντελώς φυσικό (αναμφισβήτητο θα λέγαμε) αν πέσει ένα δέντρο στο δάσος να κάνει θόρυβο (είτε υπάρχει κάποιος να τον ακούσει είτε όχι) διότι πάντοτε, όταν παρατηρούμε ένα τέτοιο γεγονός, είμαστε εκεί (αφού το παρατηρούμε) και ακούμε τον θόρυβο. Δεν έχουμε ζήσει (δεν έχουμε δοκιμάσει) ποτέ το αντίθετο, να μην είμαστε παρόντες στο δάσος τη στιγμή που πέφτει το δένδρο και να διαβεβαιώσει κάποιος την απουσία θορύβου!!! Δεν θα ήταν δυνατόν να γίνει κάτι τέτοιο, διότι εκείνος που θα μας επιβεβαίωνε την απουσία θορύβου θα βρισκόταν εκεί (και μάλλον θα άκουγε το θόρυβο!!!).

Επίσης, όσον αφορά το Σύμπαν, αυτό αρχικά δημιουργήθηκε και κάποια στιγμή δημιούργησε και εμάς, τους ανθρώπους παρατηρητές, οι οποίοι γίναμε ικανοί (τώρα πια) να το παρατηρούμε. Είναι αναμφισβήτητο γεγονός ότι υπάρχουμε και το παρατηρούμε και δεν μπορούμε να φανταστούμε την μη ύπαρξη μας στο σύμπαν και άρα δεν μπορούμε να φανταστούμε και την ύπαρξη ενός τέτοιου σύμπαντος.

Και στις δύο περιπτώσεις η παρατήρηση (η μέτρηση) έχει γίνει, η κυματοσυνάρτηση έχει ήδη καταρρεύσει στην ιδιοσυνάρτηση της ιδιοτιμής που μετρήθηκε (στον θόρυβο του δένδρου και στην παρατήρηση του Σύμπαντος από τον άνθρωπο άρα στην ύπαρξή του, αντίστοιχα). Αυτός είναι και ο λόγος που ακούγονται παράξενες στ' αυτιά μας οι ερωτήσεις αυτές, γιατί δεν έχει νόημα (μετά την κατάρρευση) η επαλληλία άλλων δυνατών απαντήσεων, διότι τα συστήματα στα οποία λαμβάνουν χώρα είναι καθαρά κλασικά και δεν υπόκεινται στην αρχή της επαλληλίας, χωρίς όμως αυτό να σημαίνει ότι είναι εντελώς παράλογα σε ένα κβαντικό περιβάλλον.

Όσον αφορά στο ερώτημα που πηγαινει η μουσική όταν δεν την ακούμε; μια απάντηση είναι:

«καλύτερα να την ακούμε!!!»

το ίδιο και για το φως:

«καλύτερα να το βλέπουμε!!!»

Θεσσαλονίκη, 08 Οκτωβρίου 2023

Ιωάννης Χρ. Αγαπάκης

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Τραχανά Στέφανου Δ. (2008) «Κβαντομηχανική II» Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης
- [2] Βαγιωνάκη Κ. Ε. (1996) «Εισαγωγή στην Κβαντική Φυσική» Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων
- [3] Γρυπαίου Μιχαήλ Ελ. (1972) «Μαθήματα Κβαντομηχανικής» Τόμος Α', Υπηρεσία Δημοσιευμάτων Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης
- [4] Μάσεν Στυλιανού Η. (2003-2004) «Σημειώσεις Υπολογιστικής Κβαντικής Φυσικής» Πανεπιστημιακό Τυπογραφείο ΑΠΘ, Τμήμα Εκδόσεων
- [5] Landau L., Lifshitz E (1977) «Quantum Mechanics» Vol. 1, Pergamon Press
- [6] Abramowitz M., Stegun I. (1964) «Handbook of Mathematical Functions» National Bureau of Statistics
- [7] Wheeler John A., Zurek Wojciech H. (1983) «Law Without Law», pages 182–213 in: «Quantum Theory and Measurement» Princeton Series in Physics, Princeton University Press
- [8] Σπύρου Νικόλαου Κ. (1989) «Εισαγωγή στη Γενική Θεωρία της Σχετικότητας» Εκδόσεις Γαρταγάνης, Θεσσαλονίκη
- [9] Αγαπάκη Ιωάννη Χρ. (2019) «Μελανές Οπές» CCity Center, Θεσσαλονίκη

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [10] https://christselentis.blogspot.com/2008/09/blog-post_27.html
- [11] https://en.wikipedia.org/wiki/John_Archibald_Wheeler
- [12] https://el.wikipedia.org/wiki/Ανθρωπική_αρχή
- [13] https://el.wikipedia.org/wiki/Ερβιν_Σρέντινγκερ
- [14] https://el.wikipedia.org/wiki/Παράδοξο_EPR