

Η Κοσμολογική Παράμετρος Μετατοπίσεως στο Ερυθρό

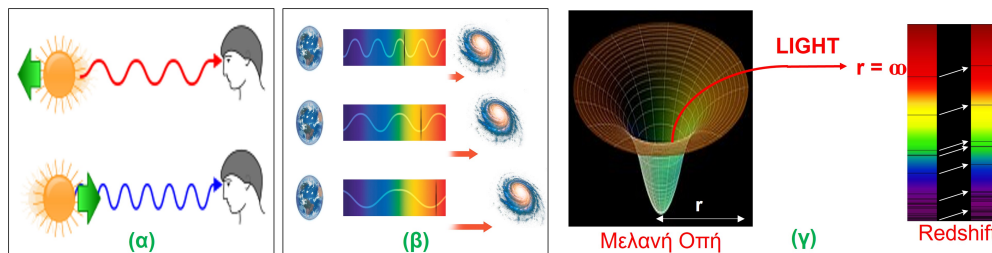
ΓΕΝΙΚΑ

Μετατόπιση προς το ερυθρό z ή αλλιώς «ερυθρά μετατόπιση» (redshift), είναι η αύξηση του μήκους κύματος ακτινοβολίας (και ισοδύναμα η μείωση της συχνότητας και της ενέργειας των φωτονίων), σύμφωνα με την κυματική και κβαντική θεωρία του φωτός.

Παρατηρούμε τις παρακάτω μορφές μετατοπίσεως στο ερυθρό:

α. Μετατόπιση που οφείλεται στο φαινόμενο *Doppler*¹

Όταν μια πηγή ακτινοβολίας απομακρύνεται από έναν παρατηρητή, τότε το μήκος κύματος αυτής της ακτινοβολίας μεγαλώνει και λέμε ότι συμβαίνει μετατόπιση προς το ερυθρό ($z > 0$). Αντίθετα όταν η πηγή πλησιάζει στον παρατηρητή, τότε το μήκος κύματος της ακτινοβολίας μικραίνει και λέμε ότι συμβαίνει μετατόπιση προς το κυανό ($z < 0$).² (Εικόνα 1α)



Εικόνα 1: (α) **Ερυθρά μετατόπιση Doppler**: όταν η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή το μήκος κύματος της ακτινοβολίας αυξάνει και λαμβάνει χώρα μετατόπιση προς το ερυθρό.

(β) **Κοσμολογική μετατόπιση προς το ερυθρό**: όταν ένας γαλαξίας απομακρύνεται από τον παρατηρητή (πάνω στη Γη), το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που εκπέμπει αυξάνεται, μετατόπιση στο ερυθρό. (γ) **Βαρυτική ερυθρά μετατόπιση**: όταν μια ακτίνα φωτός προσπαθεί να «δραπετεύσει» από ένα ισχυρό βαρυτικό πεδίο χάνει ενέργεια, η συχνότητα της ακτινοβολίας ελαττώνεται και το μήκος κύματος της αυξάνεται, έχουμε κι εδώ μετατόπιση στο ερυθρό.

Η μετατόπιση αυτού του τύπου συμβαίνει εν γένει στα κύματα όλων των ειδών (φυσικά και στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα), περιγράφεται από το φαινόμενο *Doppler*, και ονομάζεται και «ερυθρά μετατόπιση *Doppler*».

¹Το φαινόμενο *Doppler* είναι η παρατηρούμενη αλλαγή στο μήκος και τη συχνότητα ενός κύματος από παρατηρητή που βρίσκεται σε σχετική κίνηση με την πηγή των κυμάτων.

²Το χαρακτηριστικότερο παράδειγμα του φαινομένου είναι η αλλαγή της συχνότητας του ήχου από τη σειρήνα ενός διερχόμενου ασθενοφόρου. Όσο το ασθενοφόρο μας πλησιάζει ο ήχος της σειρήνας του είναι όλο και οξύτερος, ενώ όσο απομακρύνεται από εμάς ο ήχος της αμβλύνεται.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι στο κλασικό φαινόμενο Ντόπλερ, η συχνότητα της πηγής δεν μεταβάλλεται στην πραγματικότητα, αλλά δημιουργείται η ψευδαίσθηση της μικρότερης συχνότητας λόγω της σχετικής κίνησης.

β. Κοσμολογική μετατόπιση προς το ερυθρό

Η μετατόπιση αυτή οφείλεται στην διαστολή του Σύμπαντος και στο γεγονός ότι οι γαλαξίες (οι μακρινοί γαλαξίες)³ ακολουθούν αυτή τη διαστολή και απομακρύνονται όλοι από όλους. Έτσι το μήκος κύματος της ακτινοβολίας, που λαμβάνουμε από τους γαλαξίες αυτούς, μεγαλώνει, κατά την απομάκρυνση αυτή, με αποτέλεσμα να παρατηρείται η μετατόπιση προς το ερυθρό. (Εικόνα 1β)

γ. Βαρυτική μετατόπιση προς το ερυθρό

Η βαρυτική μετατόπιση προς το ερυθρό προβλέπεται από τη γενική θεωρία της σχετικότητας, επηρεάζει δε την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που εξέρχεται από κάποιο βαρυτικό πεδίο. (βλέπε [1], σελ.125-129, Παράρτημα Γ)

Ένα μηχανικό ισοδύναμο, του λόγου που συμβαίνει η μετατόπιση προς το ερυθρό αυτής της μορφής, θα μπορούσε να είναι ότι η βαρυτική έλξη (π.χ μιας μελανής οπής) ελαττώνει την ενέργεια της ακτινοβολίας που προσπαθεί να διαφύγει από το βαρυτικό πεδίο της μελανής οπής, επομένως ελαττώνει και τη συχνότητα της ακτινοβολίας. (Εικόνα 1γ)

ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΩΣ ΣΤΟ ΕΡΥΘΡΟ

Η παράμετρος μετατόπισης στο ερυθρό συμβολίζεται με το γράμμα z .

Πρόκειται για μια αδιάστατη μεταβλητή η οποία ουσιαστικά δηλώνει την κλασματική μεταβολή του μήκους κύματος της ακτινοβολίας σύμφωνα με τη σχέση:

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e} \quad (1)$$

όπου: λ_0 είναι το μήκος κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, όπως τη μετρά ο παρατηρητής και

λ_e είναι το μήκος κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, όπως μετράται στη πηγή εκπομπής της ακτινοβολίας.

Με την εφαρμογή, στην παραπάνω σχέση, της θεμελιώδους εξισώσεως της κυματικής $c = \lambda \cdot f$ (ή $c = \lambda \cdot \frac{1}{T}$), δηλαδή με αντικατάσταση του μήκους κύματος λ από το ίσο του $\lambda = \frac{c}{f}$, παίρνουμε την μαθηματική έκφραση για την παράμετρο z σε συνάρτηση με τη συχνότητα:

$$z = \frac{f_e - f_0}{f_e} \quad (2)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι για την μετατόπιση προς το

³Σε τοπικό επίπεδο οι γαλαξίες δεν ακολουθούν την διαστολή του Σύμπαντος, αλλά κυριαρχεί η βαρυτική έλξη από τους τοπικά γείτονές τους, η οποία τους τοποθετεί σε τροχιές σύγκρουσης.

ερυθρό ισχύει⁴ $z > 0$, ενώ αντίθετα στη μετατόπιση προς το κυανό ισχύει $z < 0$.

Αν η πηγή ακτινοβολίας απομακρύνεται από τον παρατηρητή με μια ταχύτητα v , πολύ μικρότερη από την ταχύτητα του φωτός ($v \ll c$), η μετατόπιση προς το ερυθρό δίνεται από τη σχέση:

$$z \approx \frac{v}{c} \quad (3)$$

όπου c είναι η ταχύτητα του φωτός.

Αν όμως η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή με ταχύτητα συγκρίσιμη με αυτή του φωτός, τότε η παραπάνω σχέση θα πρέπει να διαφοροποιηθεί με την εισαγωγή του παράγοντα *Lorentz* γ της ειδικής σχετικότητας, λόγω της διαστολής του χρόνου⁵ η οποία είναι εντονότερη σ' αυτές τις ταχύτητες.

Έτσι, λαμβάνοντας υπ' όψιν τα σχετικιστικά φαινόμενα που συνδέονται με την κίνηση της πηγής με ταχύτητες κοντά στην ταχύτητα του φωτός, η παράμετρος μετατοπίσεως προς το ερυθρό θα δίδεται από την σχέση⁶

$$1 + z = \left(1 + \frac{v}{c}\right) \cdot \gamma \quad (4)$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Στην βιβλιογραφία βρίσκουμε αρκετές φορές την παραπάνω σχέση (4) με την ισοδύναμη παρακάτω μορφή:

$$z = \frac{\sqrt{1 + \frac{v}{c}}}{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}} - 1 \quad (5)$$

Στο πλαίσιο κειμένου που ακολουθεί αποδεικνύουμε ότι οι δύο εξισώσεις είναι ισοδύναμες.

⁴Πράγματι κατά την μετατόπιση στο ερυθρό, ο παρατηρητής μετράει μεγαλύτερο μήκος κύματος από αυτό που εκπέμπεται από την πηγή, δηλαδή είναι $\lambda_0 > \lambda_e$

⁵Για τη διαστολή του χρόνου στην ειδική σχετικότητα και για τον παράγοντα *Lorentz* μπορείτε να βρείτε στα [5], [6] της βιβλιογραφίας.

⁶Ουσιαστικά η σχέση αυτή δεν διαφέρει από τη προηγούμενη (μη σχετικιστική) διότι για μικρές ταχύτητες σε σχέση με την ταχύτητα του φωτός, ο παράγοντας γ παίρνει την τιμή $\gamma \approx 1$ και οι δύο σχέσεις ταυτίζονται.

Απόδειξη της ισοδυναμίας των σχέσεων (4) και (5)

Πριν ξεκινήσουμε την απόδειξη θα αναφέρουμε ότι ο παράγοντας *Lorentz* γ ισούται με:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}} \quad (\alpha)$$

Από την σχέση (5), μεταφέροντας τη μονάδα στο αριστερό μέρος παίρνουμε ισοδύναμα:

$$1 + z = \frac{\sqrt{1 + \frac{v}{c}}}{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}}$$

και πολλαπλασιάζοντας αριθμητή και παρονομαστή με τον παράγοντα $\sqrt{1 - \frac{v}{c}}$ παίρνουμε:

$$1 + z = \frac{\sqrt{1 + \frac{v}{c}} \cdot \sqrt{1 - \frac{v}{c}}}{\sqrt{1 - \frac{v}{c}} \cdot \sqrt{1 - \frac{v}{c}}} \Leftrightarrow 1 + z = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c}}$$

Πολλαπλασιάζοντας αριθμητή και παρονομαστή με τον παράγοντα $(1 + \frac{v}{c})$ ισοδύναμα:

$$1 + z = \frac{(1 + \frac{v}{c})\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{(1 + \frac{v}{c})(1 - \frac{v}{c})} = \frac{(1 + \frac{v}{c})\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{(1 - \frac{v^2}{c^2})} = \frac{(1 + \frac{v}{c})}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

και λόγω της σχέσεως (α) τελικά καταλήγουμε στην (4):

$$1 + z = (1 + \frac{v}{c}) \cdot \gamma$$

ΠΟΙΑ ΜΟΡΦΗ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕ ΣΤΗΝ ΚΟΣΜΟΛΟΓΙΑ

Στην Κοσμολογία χρησιμοποιούμε την Κοσμολογική Παράμετρο Μετατοπίσεως στο Ερυθρό (2η μορφή), για την μέτρηση της ταχύτητας απομάκρυνσης των γαλαξιών καθώς και για τον καθορισμό της ηλικίας του Σύμπαντος.

Συγκεκριμένα για να υπολογίσουμε την ταχύτητα (σε *km/sec*) με την οποία φαίνεται ότι απομακρύνεται ένας γαλαξίας χρησιμοποιούμε την εξίσωση (3)⁷, στην περίπτωση που οι ταχύτητες είναι κατά πολύ μικρότερες αυτής του φωτός ($v \ll c$).

Θα μπορούσαμε λοιπόν να πούμε ότι η παράμετρος ερυθράς μετατοπίσεως z δίνει την

⁷Όπως είπαμε, όταν η ταχύτητες γίνονται συγκρίσιμες με εκείνη του φωτός, χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις (4) ή (5).

ταχύτητα απομάκρυνσης του γαλαξία ως προς την ταχύτητα του φωτός,⁸ αυτό όμως θα ήταν μεγάλο σφάλμα αφού, με την έκφρασή μας αυτή, θα αφήναμε να εννοηθεί ότι οι γαλαξίες κινούνται στο χώρο.

Στο εσφαλμένο συμπέρασμα καταλήγουμε διότι θεωρούμε (εσφαλμένα) ότι η ταχύτητα v είναι η ταχύτητα κινήσεως του γαλαξία, ενώ στην πραγματικότητα είναι η ταχύτητα με την οποία φαίνεται (στον παρατηρητή) ότι απομακρύνεται ο γαλαξίας.

Η εικόνα ότι οι γαλαξίες κινούνται στο χώρο είναι εντελώς λανθασμένη. Στην πραγματικότητα, αυτό που συμβαίνει είναι ότι «ο ίδιος ο χώρος διαστέλλεται», δηλαδή **οι γαλαξίες δεν κινούνται στον χώρο αλλά, αντίθετα, «παρασύρονται» από τον χώρο καθώς αυτός διαστέλλεται.**⁹

Αυτό αποδεικνύεται με τον παρακάτω συλλογισμό:

«Αν η απομάκρυνση των γαλαξιών οφειλόνταν στο φαινόμενο Doppler και εξηγούνταν με βάση αυτό, τότε η μεγαλύτερη απόσταση στην οποία θα μπορούσαμε να βρούμε έναν γαλαξία θα ήταν 13,7 δισεκατομμύρια έτη φωτός, αφού το Σύμπαν έχει αυτή την ηλικία. (13,7 δισεκατομμύρια έτη).

Θα ήταν έτσι λογικό να θεωρήσουμε ότι το ορατό Σύμπαν είναι μια σφαίρα, με κέντρο τη Γη και ακτίνα 13,7 δισεκατομμύρια έτη φωτός. Αυτή είναι μια εντελώς λανθασμένη εικόνα, μια εντελώς λάθος θεώρηση για το Σύμπαν, το οποίο θα έπρεπε, σ' αυτή την περίπτωση, να ήταν στατικό και να είχε ως κέντρο του τη Γη. Δεν συμβαίνει όμως ούτε το ένα, ούτε το άλλο.

Πέραν τούτων οι αστρονόμοι πολύ συχνά παρατηρούν γαλαξίες οι οποίοι βρίσκονται σε αποστάσεις 20 και 30 δισεκατομμύρια έτη φωτός μακριά. Μάλιστα ένας από τους πιο απομακρυσμένους γαλαξίες που έχουν παρατηρηθεί βρίσκεται σε απόσταση 32 δισεκατομμυρίων ετών φωτός από εμάς,¹⁰ και έχει παράμετρο ερυθράς μετατοπίσεως $z = 11,09$ ». [2],[7]

Ένας δεύτερος συλλογισμός που αποδεικνύει ότι οι γαλαξίες (εν γένει) δεν κινούνται

⁸Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι η παράμετρος z είναι αδιάστατο μέγεθος.

⁹Η ακριβής αλήθεια είναι ότι οι γαλαξίες σε τοπικό επίπεδο ακολουθούν τροχιές που καθορίζονται από την βαρυτική επίδραση του «εγγύς» περιβάλλοντός των, δηλαδή του τοπικού βαρυτικού πεδίου. Επειδή η βαρύτητα είναι μια δύναμη που δρα από απόσταση οι γαλαξίες αλληλεπιδρούν βαρυτικά μεταξύ τους. Αυτές οι αλληλεπιδράσεις έχουν ως αποτέλεσμα να κινούνται στο χώρο προς το βαρυτικό κέντρο. Αυτή η ενδογενής κίνηση ενός γαλαξία εξαιτίας της αλληλεπίδρασής του με άλλα αστρονομικά αντικείμενα καλείται «peculiar motion» και η αντίστοιχη ταχύτητα εξαιτίας αυτής της κίνησης ονομάζεται «peculiar velocity» [8]

¹⁰Ακούγεται παράδοξο η ηλικία του Σύμπαντος να μην ξεπερνά τα 13,8 δισεκατομμύρια έτη και η απόσταση που έχει φτάσει σήμερα ένας γαλαξίας να ξεπερνά τα 32 δισεκατομμύρια έτη φωτός! Η άρση του παραδόξου βασίζεται στο γεγονός ότι στη διάρκεια των 13,4 δις ετών (αφαιρούμε τα 380.000 έτη στα οποία η ακτινοβολία ήταν δεσμευμένη - «Recombination Era» -), κατά τα οποία το φως του γαλαξία αυτού ταξίδευε προς τη Γη, το Σύμπαν διαστέλλονταν (και μάλιστα με ταχύτητα μεγαλύτερη του φωτός), με αποτέλεσμα τα 13,4 δις χρόνια να αντιστοιχούν σήμερα σε απόσταση 32 δις ετών φωτός! Η απόσταση αυτή που συνυπολογίζει την διαστολή του Σύμπαντος ονομάζεται *συνκινούμενη απόσταση* «comoving distance», οπότε το άκρο του παρατηρήσιμου σύμπαντος βρίσκεται σε απόσταση 46,6 δις ετών φωτός ενώ η διάμετρός του φτάνει σήμερα τα 93,2 δις έτη φωτός! [7]

στο χώρο, αλλά «παρασύρονται» από αυτόν καθώς διαστέλλεται, είναι ο παρακάτω:

«Αν η απομάκρυνση των γαλαξιών οφείλετο (εν γένει) στην κίνησή τους στον χώρο, τότε η ταχύτητα με την οποία θα μπορούσε ένας γαλαξίας να κινηθεί δεν θα ξεπερνούσε τα $0,1c$, (ίσως ούτε θα πλησίαζε ακόμη και ένα τόσο μικρό κλάσμα της ταχύτητας του φωτός). Παρόλα αυτά οι αστρονόμοι έχουν παρατηρήσει γαλαξίες με παράμετρο ερυθράς μετατόπισης έως και $z = 11,09$, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, [7], η οποία αντιστοιχεί σε ταχύτητα απομακρύνσεως $v = 0,986c$.

Όπως είναι όμως γνωστόν από την Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας, δεν είναι δυνατόν η ταχύτητα ενός υλικού σώματος (έστω και μικρής μάζας) να πλησιάσει τόσο την ταχύτητα του φωτός, πόσο μάλλον ένας ολόκληρος γαλαξίας να κινείται στο χώρο με αυτή την εξαιρετικά μεγάλη ταχύτητα». [6]

Συνοψίζοντας, κατόπιν των δύο παραπάνω συλλογισμών, **η εν λόγω ερυθρά μετατόπιση δεν μπορεί να οφείλεται στο φαινόμενο Doppler.**

Υπό αυτή την έννοια η ερυθρά μετατόπιση ενός γαλαξία δεν ερμηνεύεται ως η ταχύτητα του γαλαξία σε σύγκριση με την ταχύτητα του φωτός, παρόλο που η παρατηρούμενη μετατόπιση θυμίζει μετατόπιση Doppler.

Όπως αναφέραμε παραπάνω: οι γαλαξίες δεν κινούνται στον χώρο αλλά, «παρασύρονται» από αυτόν καθώς διαστέλλεται.

Τι εκφράζει η ερυθρά μετατόπιση z στην κοσμολογία

Έστω ένας γαλαξίας παρουσιάζει ερυθρά μετατόπιση $z = 0,1$.

Έστω επίσης ότι η απόσταση στην οποία βρισκόταν από εμάς ο γαλαξίας τη στιγμή που εξέπεμψε την ακτινοβολία ήταν $d(z)$.

Στο χρονικό διάστημα, από τη στιγμή που η ακτινοβολία αυτή εκπέμφθηκε μέχρι σήμερα που την λάβαμε, ο χώρος υπέστη διαστολή τέτοια ώστε η σημερινή απόσταση του γαλαξία από εμάς είναι $d(0)$.

Στην περίπτωση αυτή γράφουμε^α:

$$1 + z = \frac{d(0)}{d(z)} = 1,1 \quad (\beta)$$

και αυτό ερμηνεύεται ως εξής:

την χρονική περίοδο που αντιστοιχεί σε ερυθρά μετατόπιση $z = 0,1$ ο γαλαξίας ήταν πιο κοντά σε μας κατά 10% [$d(0) = 1,1d(z)$].

Επίσης την χρονική αυτή περίοδο ($z = 0,1$) το Σύμπαν διεστάλη κατά 10%, δηλαδή κατά τον ίδιο παράγοντα που αυξήθηκε το μήκος κύματος της ακτινοβολίας του γαλαξία που χαρακτηρίζεται από $z = 0,1$.

Τέλος χρονικά η τιμή της παραμέτρου $z = 0,1$ αντιστοιχεί σε μια χρονική περίοδο στην οποία οι γαλαξίες ήταν κατά 10% πιο κοντά μεταξύ τους απ' ότι είναι σήμερα.

^αΒλέπε σελ.14 στο [4] της βιβλιογραφίας

Σε κοσμολογικό επίπεδο η ερυθρά μετατόπιση εκφράζει την σχετική κλίμακα του Σύμπαντος την περίοδο που η συγκεκριμένη ακτινοβολία εκπέμφθηκε από τον γαλαξία.

Στο παραπάνω πλαίσιο κειμένου δίδεται ένα παράδειγμα ενός γαλαξία που παρουσιάζει ερυθρά μετατόπιση $z = 0, 1$, για την κατανόηση των ανωτέρω.

Η ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ Z

Στο παράδειγμα του παραπάνω πλαισίου κειμένου είδαμε ότι η τιμή της κοσμολογικής παραμέτρου μετατοπίσεως στο ερυθρό $z = 0, 1$ αντιστοιχεί σε μια χρονική περίοδο στην οποία οι γαλαξίες ήταν κατά 10% πιο κοντά μεταξύ τους απ' ότι είναι σήμερα. Επομένως στην παράμετρο z μπορούμε να αντιστοιχίσουμε μια μοναδική χρονική κοσμική στιγμή.

Η σχέση που εκφράζει αυτή την αντιστοιχία είναι η παρακάτω¹¹:

$$t(z) = \frac{2}{3H_0\Omega_0^{1/2}(1+z)^{3/2}} \quad (6)$$

όπου:

- H_0 είναι η Σταθερά του *Hubble*.

- $\Omega_0 = \frac{\rho}{\rho_{cr}}$ η παράμετρος ενεργειακής πυκνότητας.¹²

- ρ, ρ_{cr} είναι η ενεργειακή και η κρίσιμη ενεργειακή πυκνότητα, αντίστοιχα.¹³ [4]

Για παράδειγμα η παράμετρος κοσμολογικής ερυθράς μετατοπίσεως $z = 0, 1$ αντιστοιχεί στην κοσμική χρονική στιγμή $t(z) = 11,8 \cdot 10^9$ έτη (11,8 δισεκατομμύρια έτη) και είναι η στιγμή που εκπέμφθηκε η ακτινοβολία από τον γαλαξία του οποίου η παράμετρος z έχει αυτήν την τιμή.

Ιωάννης Χρ. Αγαπάκης
Θεσσαλονίκη, 19 Φεβρουαρίου 2025

¹¹Βλέπε υποσημείωση 3 στη σελ.13 στο [4] της βιβλιογραφίας

¹²Ο λόγος αυτός καθορίζει την γεωμετρία του Σύμπαντος. Περισσότερα βλέπε στη σελ.12 του [3], και στις σελ.4-5 του [9] της βιβλιογραφίας.

¹³Η κρίσιμη ενεργειακή πυκνότητα $\rho_{cr} = \frac{3H_0^2 c^2}{8\pi G_N}$ υπολογίζεται ότι σήμερα ισοδυναμεί με την ενέργεια ηρεμίας έξι ατόμων υδρογόνου ανά κυβικό μέτρο. Βλέπε υποσημείωση 4 στη σελ.12 του [3], και υποσημείωση 10 στη σελ.5 του [9] της βιβλιογραφίας.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Αγαπάκης Ι. Χρ. (2019) «Μελανές Οπές». Εκδόσεις Copy City Publish, Θεσσαλονίκη.

[2] Oesch P. A. et al. (2016) «A Remarkably Luminous Galaxy at $z=11.1$ Measured with Hubble Space Telescope Grism Spectroscopy», The Astrophysical Journal, vol.819, Issue 2, article id.129 (11pp)

[3] Αγαπάκης Ι. Χρ. (2024) «Σκοτεινή Ενέργεια. Η Σκιώδης Αντανάκλαση της Σκοτεινής Ύλης». Εκδόσεις: Ένωση Ελλήνων Φυσικών, Αθήνα.

[4] Σταθόπουλου Δ., Μουστάχα Κ. «Ο Νόμος του Hubble και η Διαστολή του Σύμπαντος». Εκδόσεις: Ίδρυμα Ευγενίδου, Αθήνα.

Ηλεκτρονική βιβλιογραφία

[5] [https://agapakis.eu/Διαστολή του Χρόνου](https://agapakis.eu/Διαστολή_του_Χρόνου)

[6] [https://agapakis.eu/Η Ταχύτητα του Φωτός στην Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας](https://agapakis.eu/Η_Ταχύτητα_του_Φωτός_στην_Ειδική_Θεωρία_της_Σχετικότητας)

[7] <https://el.wikipedia.org/wiki/GN-z11>

[8] https://en.wikipedia.org/wiki/peculiar_velocity

[9] [https://agapakis.eu/Ena Syntomo Afghma gia to Sympan](https://agapakis.eu/Ena_Syntomo_Afghma_gia_to_Sympan)