

ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ *HIGGS*

Εισαγωγή

Το μποζόνιο *Higgs*, το οποίο μερικές φορές ονομάζεται και σωματίδιο *Higgs*, [1] είναι ένα στοιχειώδες σωματίδιο¹ στο Καθιερωμένο Πρότυπο² (standard model) της Φυσικής Στοιχειωδών Σωματιδίων³ που παράγεται από την κβαντική διέγερση του πεδίου *Higgs* ένα από τα πεδία στη θεωρία της σωματιδιακής φυσικής.

Στο Καθιερωμένο Πρότυπο, το σωματίδιο *Higgs* είναι ένα βαθμωτό μποζόνιο με μάζα, με μηδενικό spin, θετική *parity*⁴, χωρίς ηλεκτρικό φορτίο και χωρίς φορτίο χρώματος που αλληλεπιδρά με τη μάζα. Είναι επίσης πολύ ασταθές, διασπάται σε άλλα σωματίδια σχεδόν αμέσως (σε χρόνο $1,6 \cdot 10^{-22} \text{sec}$) μετά τη δημιουργία του.

Τόσο το πεδίο όσο και το μποζόνιο πήραν το όνομά τους από τον φυσικό Peter Higgs, ο οποίος το 1964, μαζί με άλλους πέντε επιστήμονες σε τρεις ομάδες, πρότειναν τον μηχανισμό *Higgs*, έναν τρόπο για να αποκτήσουν μάζα ορισμένα σωματίδια.

Δεν έμενε λοιπόν άλλο από το να βρεθεί το μποζόνιο *Higgs* και να χρησιμοποιηθεί για να ελεγχθεί εάν το πεδίο *Higgs* ήταν η σωστή εξήγηση.

Μετά από έρευνα 40 ετών, ένα υποατομικό σωματίδιο ανακαλύφθηκε το 2012 από τα πειράματα *ATLAS* και *CMS* στον Μεγάλο Επιταχυντή Αδρονίων (*LHC*) στο *CERN* κοντά στη Γενεύη της Ελβετίας.

Το νέο σωματίδιο επιβεβαιώθηκε ότι ταιριάζει με τις αναμενόμενες ιδιότητες ενός μποζονίου *Higgs*. Οι φυσικοί των δύο από τις τρεις ομάδες, αυτής του Peter Higgs και εκείνης του Francois Englert, τιμήθηκαν με το Νόμπελ Φυσικής το 2013 για τις θεωρητικές τους προβλέψεις⁵.

Θα προσπαθήσουμε τώρα να διεισδύσουμε στο χώρο της Σωματιδιακής Φυσικής και να αποκαλύψουμε σε όλη της την έκταση την θεωρία που περιβάλλει το σωματίδιο *Higgs*. Για να γίνει αυτό θα πρέπει πρώτα να γίνουν γνωστές έννοιες όπως Κα-

¹ Στη σωματιδιακή φυσική, ένα στοιχειώδες (ή θεμελιώδες) σωματίδιο είναι ένα υποατομικό σωματίδιο που δεν αποτελείται από άλλα μικρότερα σωματίδια.

² Το Καθιερωμένο Πρότυπο της Φυσικής των Σωματιδίων είναι η θεωρία που περιγράφει τρεις από τις τέσσερις γνωστές θεμελιώδεις δυνάμεις στο Σύμπαν (ηλεκτρομαγνητικές, ασθενείς και ισχυρές αλληλεπιδράσεις – εξαιρουμένης της βαρύτητας) και ταξινομεί όλα τα γνωστά στοιχειώδη σωματίδια.

³ Η Σωματιδιακή Φυσική ή Φυσική των Στοιχειωδών Σωματιδίων είναι κλάδος της φυσικής που μελετά τα στοιχειώδη σωματίδια και τις δυνάμεις που συγκροτούν την ύλη και την ακτινοβολία καθώς και την συμπεριφορά, και τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους.

⁴ Στη φυσική, ένας μετασχηματισμός *parity* είναι η αντιστροφή στο πρόσημο μιας χωρικής συντεταγμένης. Σε τρεις διαστάσεις, μπορεί επίσης να αναφέρεται στην ταυτόχρονη αντιστροφή στο

πρόσημο και των τριών χωρικών συντεταγμένων (αντανάκλαση σημείου), π.χ $P: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$

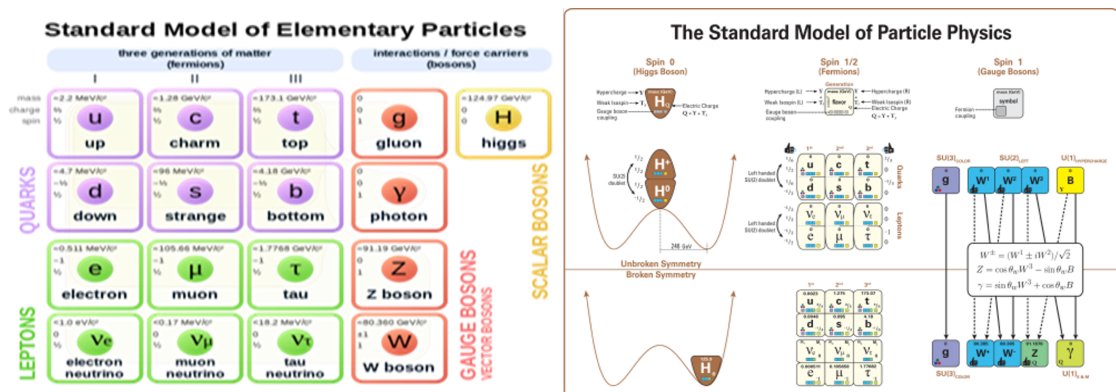
Όλες οι θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις των στοιχειωδών σωματιδίων, με εξαίρεση την ασθενή αλληλεπίδραση, είναι συμμετρικές υπό την *parity*.

⁵ Αν και το όνομα του *Higgs* έχει συνδεθεί με αυτή τη θεωρία, αρκετοί ερευνητές μεταξύ 1960 και 1972 ανέπτυξαν ανεξάρτητα διαφορετικά μέρη της.

θιερωμένο Πρότυπο (Standard Model), Συμμετρία, Gauge theory, κ.α διότι χωρίς αυτές είναι αδύνατη η προσέγγιση της έννοιας του εν λόγω σωματιδίου.

Καθιερωμένο Πρότυπο (Standard Model)

Το Καθιερωμένο Πρότυπο της Φυσικής των Σωματιδίων είναι η θεωρία που περιγράφει τρεις από τις τέσσερις γνωστές θεμελιώδεις δυνάμεις στο σύμπαν (ηλεκτρομαγνητικές, ασθενείς και ισχυρές αλληλεπιδράσεις – εξαιρουμένης της βαρύτητας) και ταξινομεί όλα τα γνωστά στοιχειώδη σωματίδια. Αναπτύχθηκε σταδιακά στο δεύτερο μισό του 20ου αιώνα, μέσω της εργασίας πολλών επιστημόνων παγκοσμίως με την τρέχουσα διατύπωση να οριστικοποιείται στα μέσα της δεκαετίας του 1970 μετά από πειραματική επιβεβαίωση της ύπαρξης των κουάρκ. Από τότε, η απόδειξη του top quark (1995), του «ταυ» νετρίνο (2000) και του μποζονίου Higgs (2012) πρόσθεσαν περαιτέρω αξιοπιστία στο Μοντέλο. Επιπλέον, το Καθιερωμένο Πρότυπο έχει προβλέψει διάφορες ιδιότητες ασθενών ουδέτερων ρευμάτων και των μποζονίων W και Z με μεγάλη ακρίβεια.[2]



Εικόνα 1: (Αριστερά) Το Καθιερωμένο Πρότυπο. (Δεξιά) Ένα αναλυτικότερο διάγραμμα δείχνει τις 3 γενιές κουάρκ, 3 γενιές λεπτονίων, και τα μποζόνια βαθμίδος, περιέχοντας ονόματα, μάζες, spin, φορτία, χρωαλικότητα και αλληλεπιδράσεις με ισχυρές, ασθενείς και ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις. Απεικονίζει επίσης τον κρίσιμο ρόλο του μποζονίου Higgs στο σπάσιμο της ηλεκτροασθενούς συμμετρίας και δείχνει πώς οι ιδιότητες των διαφόρων σωματιδίων διαφέρουν στη συμμετρική φάση (υψηλής ενέργειας) και στη φάση διακεκομμένης συμμετρίας (χαμηλής ενέργειας).

Τελικά το Καθιερωμένο Πρότυπο προβλέπει 6 είδη κουάρκ (με τις ονομασίες: *up*, *down*, *charm*, *strange*, *top*, *bottom*), 6 είδη λεπτονίων (ηλεκτρόνιο, μιονίο, και ταυ, με τα αντίστοιχα νετρίνο τους τα: νετρίνο ηλεκτρονίου, νετρίνο μιονίου και ταυ νετρίνο) και 5 είδη μποζονίων (γλουόνιο, φωτόνιο, μποζόνιο Z , μποζόνιο W και το μποζόνιο Higgs).

Τα μποζόνια είναι φορείς αλληλεπιδράσεων. Το γλουόνιο μεταφέρει την ισχυρή,

ενώ τα Z και W την ασθενή αλληλεπίδραση. Το φωτόνιο μεταφέρει την ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση και τέλος το μοναδικό «βαθμωτό» ⁶ μποζόνιο είναι το μποζόνιο *Higgs* για το οποίο θα μιλήσουμε στη συνέχεια. (βλέπε Εικόνα 1)

Θεωρία Βαθμίδος (Gauge Theory)

Οι σύγχρονες θεωρίες περιγράφουν φυσικές δυνάμεις με όρους πεδίων.⁷ Ένα γενικό χαρακτηριστικό αυτών των θεωριών πεδίου είναι ότι τα θεμελιώδη πεδία δεν μπορούν να μετρηθούν άμεσα. Ωστόσο, ορισμένα επί μέρους μεγέθη τους μπορούν να μετρηθούν, όπως φορτία, ενέργειες και ταχύτητες. Έτσι στις θεωρίες πεδίου, διαφορετικές και επιμέρους (παρατηρήσιμες) παράμετροι των μη παρατηρήσιμων πεδίων μπορούν να οδηγήσουν σε πανομοιότυπα παρατηρήσιμα μεγέθη.⁸

Ένας μετασχηματισμός από μια τέτοια διαμόρφωση πεδίου σε μια άλλη ονομάζεται μετασχηματισμός βαθμίδος. Δεδομένου ότι κάθε είδους αναλλοίωτο σε έναν μετασχηματισμό πεδίου θεωρείται συμμετρία, η αναλλοίωτη βαθμίδος (gauge invariance) ονομάζεται μερικές φορές συμμετρία βαθμίδος (gauge symmetry). Γενικά, κάθε θεωρία που έχει την ιδιότητα της αναλλοίωτης βαθμίδος θεωρείται θεωρία βαθμίδος (gauge theory).⁹

Όταν έχουμε κάποια αλληλεπίδραση που μεταφέρεται από ένα σωματίδιο δύναμης (αλληλεπίδρασης) τότε προκύπτει μια θεωρία βαθμίδος. Κάθε είδος σωματιδίου απαιτεί τη δική του θεωρία βαθμίδος.

Κατά τη διάρκεια του 20ου αιώνα, οι φυσικοί συνειδητοποίησαν σταδιακά ότι όλες οι δυνάμεις (θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις) προκύπτουν από τους περιορισμούς που επιβάλλονται από τις τοπικές συμμετρίες βαθμίδος. Η κβαντική θεωρία πεδίου περιγράφει δυνάμεις με όρους σωματιδίων φορέων που διαμεσολαβούν την αλληλεπίδραση

⁶Βαθμωτή ονομάζουμε μια ποσότητα που έχει μόνο μέτρο, ενώ διανυσματική την ποσότητα που έχει μέτρο και κατεύθυνση. Στα μαθηματικά στους διανυσματικούς χώρους το βαθμωτό (scalar) είναι ένα μέλος του σώματος (το αριθμητικό τμήμα) του διανυσματικού χώρου. Χρησιμοποιείται σε αντιδιαστολή με το vector (διάνυσμα) που δηλώνει τα καθάυτά μέλη του διανυσματικού χώρου, τα διανύσματα. Για παράδειγμα στον διανυσματικό χώρο των τετραγωνικών ($\nu\pi\nu$) πινάκων με μιγαδικά στοιχεία πάνω στο σώμα των πραγματικών αριθμών, οι μιγαδικοί πίνακες αναφέρονται σαν διανύσματα (vectors), ενώ οι πραγματικοί αριθμοί σαν βαθμωτά (scalars).

⁷Έτσι η ηλεκτρομαγνητική θεωρία περιγράφεται από το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο, η βαρυτική από το βαρυτικό πεδίο και η θεωρία των στοιχειωδών σωματιδίων από πεδία που περιγράφουν δυνάμεις μεταξύ των σωματιδίων.

⁸Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι δεν μπορούμε να μετρήσουμε τη διάμετρο μιας μπάλας μολύβδου, αλλά μπορούμε να προσδιορίσουμε από πόσα μολύβδινα όμοια στοιχειώδη σφαιρίδια αποτελείται. Χρησιμοποιώντας τον αριθμό των σφαιριδίων, την πυκνότητα του μολύβδου και τον τύπο για τον υπολογισμό του όγκου μιας σφαίρας από τη διάμετρό της, θα μπορούσε κανείς να προσδιορίσει έμμεσα τη διάμετρο της μπάλας μολύβδου.

⁹Στο παράδειγμα της μπάλας μολύβδου της προηγούμενης υποσημείωσης, αν μπορούσαμε να προσδιορίσουμε το χρώμα των μολύβδινων σφαιρών και να συμπεράνουμε ότι όταν αλλάζουμε το χρώμα, εξακολουθεί να απαιτείται ο ίδιος αριθμός σφαιριδίων για μια μπάλα, τότε η ιδιότητα «χρώμα» θα έδειχνε μια αναλλοίωτη βαθμίδος.

και ονομάζονται μποζόνια βαθμίδος (gauge bosons) (βλέπε παρακάτω). Η φύση αυτών των σωματιδίων καθορίζεται από τη φύση των μετασχηματισμών βαθμίδος. Το αποκορύφωμα αυτών των προσπαθειών είναι το Καθιερωμένο Πρότυπο, μια χβαντική θεωρία πεδίου που προβλέπει με ακρίβεια όλες τις θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις εκτός από τη βαρύτητα.

Θεωρίες Αναλλοίωτης Βαθμίδος και Συμμετρίες (Gauge invariant Theories and Symmetries)

Οι Θεωρίες αναλλοίωτης βαθμίδος είναι θεωρίες στις οποίες ορισμένα είδη μεταβολών δεν μεταβάλλουν τα αποτελέσματα ή τις μετρήσεις που κάνουμε. Το γεγονός ότι ορισμένες αλλαγές αφήνουν τα αποτελέσματα που μετράμε αμετάβλητα σημαίνει ότι πρόκειται για μια θεωρία αναλλοίωτης βαθμίδος και οι συμμετρίες είναι τα συγκεκριμένα είδη αλλαγών στη μέτρηση που έχουν ως αποτέλεσμα να αφήνουν αμετάβλητες τις μετρήσεις. Οι συμμετρίες αυτού του είδους είναι ισχυρά εργαλεία για τη βαθιά κατανόηση των θεμελιωδών δυνάμεων και σωματιδίων του φυσικού μας κόσμου.¹⁰ Η ιδιότητα αναλλοίωτης βαθμίδος είναι επομένως μια σημαντική ιδιότητα στη θεωρία της σωματιδιακής φυσικής. Συνδέεται στενά με τους νόμους διατήρησης και περιγράφεται μαθηματικά χρησιμοποιώντας τη θεωρία ομάδων. Η χβαντική θεωρία πεδίου και το Καθιερωμένο Μοντέλο είναι και οι δύο θεωρίες αναλλοίωτης βαθμίδος – που σημαίνει ότι εστιάζουν στις ιδιότητες του σύμπαντος μας, επιδεικνύοντας αυτή την ιδιότητα της αναλλοίωτης βαθμίδος και τις συμμετρίες που λαμβάνουν χώρα.

Μποζόνια βαθμίδος (Gauge bosons)

Στη σωματιδιακή φυσική, ένα μποζόνιο βαθμίδος είναι ένα στοιχειώδες σωματίδιο μποζονίου που δρα ως φορέας δύναμης για τα στοιχειώδη φερμιόνια.[3] Τα στοιχειώδη σωματίδια (φερμιόνια) των οποίων οι αλληλεπιδράσεις περιγράφονται από μια θεωρία που ονομάζεται θεωρία βαθμίδος (Gauge Theory)¹¹ αλληλεπιδρούν μεταξύ τους με την ανταλλαγή μποζονίων βαθμίδος, συνήθως ως εικονικά σωματίδια.

Τα φωτόνια, τα μποζόνια W και Z και τα γκλουόνια είναι μποζόνια βαθμίδος. Όλα τα γνωστά μποζόνια βαθμίδος έχουν σπιν 1 και είναι διανυσματικά μποζόνια (βλέπε Εικόνα 1). Για σύγκριση, το μποζόνιο *Higgs* έχει σπιν 0 και είναι βαθμωτό, ενώ το υποθετικό «βαρυτόνιο»¹² έχει σπιν 2.

¹⁰Για τις συμμετρίες βλέπε παρακάτω.

¹¹Στη φυσική, η Gauge Theory είναι ένας τύπος θεωρίας πεδίου, στην οποία η Λαγκραντζιανή *Lagrangian*, και επομένως η δυναμική του ίδιου του συστήματος, δεν αλλάζουν υπό τοπικούς μετασχηματισμούς και κάτω από ορισμένες ομαλές οικογένειες πράξεων. Η λέξη «gauge» ετυμολογικά σημαίνει μια μέτρηση (βαθμίδα), ένα πάχος, μια ενδιάμεση απόσταση (όπως μεταξύ των σιδηροδρομικών γραμμών) ή έναν προκύπτοντα αριθμό μονάδων ανά συγκεκριμένη παράμετρο (π.χ ένας αριθμός βρόχων σε μια ίντσα υφάσματος).

¹²Το βαρυτόνιο είναι το υποθετικό μποζόνιο το οποίο θεωρείται ότι μεταφέρει την βαρυτική δύναμη. Δεν έχει ανακαλυφθεί ακόμη αλλά οι φυσικοί είναι σχεδόν σίγουροι ότι υπάρχει κατ' αντιστοιχία των μποζονίων φορέων των τριών άλλων αλληλεπιδράσεων

Το πρόβλημα της μάζας του μποζονίου βαθμίδος και το «σπάσιμο» της συμμετρίας.

Οι χβαντικές θεωρίες πεδίου που βασίζονται στην αναλλοίωτη βαθμίδος είχαν χρησιμοποιηθεί με μεγάλη επιτυχία για την κατανόηση της ηλεκτρομαγνητικής και της ισχυράς πυρηνικής δυνάμεως, αλλά γύρω στο 1960, όλες οι προσπάθειες να δημιουργηθεί μια θεωρία αναλλοίωτης βαθμίδος για την ασθενή αλληλεπίδραση (και να συνδυαστεί με την ηλεκτρομαγνητική, στο πλαίσιο της ηλεκτροασθενούς αλληλεπίδρασεως) διαρκώς αποτύγγαναν. Ως εκ τούτου, οι θεωρίες βαθμίδος άρχισαν να γίνονται ανυπόληπτες. Το πρόβλημα ήταν ότι οι απαιτήσεις συμμετρίας των δύο αλληλεπιδράσεων προέβλεπαν, εσφαλμένα, ότι τα μποζόνια βαθμίδος ασθενούς αλληλεπιδράσεως (W και Z) είχαν μηδενική μάζα. Και τα πειράματα όμως έδειχναν ότι τα μποζόνια βαθμίδος W και Z είχαν μη μηδενική μάζα.[4] Επιπλέον, πολλές υποσχόμενες λύσεις φάνηκε να απαιτούν την ύπαρξη επιπλέον σωματιδίων γνωστών ως μποζόνια *Goldstone*.¹³

Μποζόνια *Goldstone*

Στη φυσική των σωματιδίων και της συμπυκνωμένης ύλης, τα μποζόνια *Goldstone* είναι μποζόνια που εμφανίζονται απαραίτητα σε μοντέλα που παρουσιάζουν αυθόρμητη διάσπαση συνεχών συμμετριών. Στη φυσική της συμπυκνωμένης ύλης τέτοια μποζόνια είναι οιονεί (εν δυνάμει) σωματίδια. Αυτά τα χωρίς *spin* μποζόνια αντιστοιχούν στα σωματίδια-φορείς αυθόρμητα σπασμένης εσωτερικής συμμετρίας και χαρακτηρίζονται από τους χβαντικούς αριθμούς των φορέων αυτών. Μπορούν να θεωρηθούν ως οι διεγέρσεις του πεδίου και είναι χωρίς μάζα εάν η συμμετρία δεν σπάσει ρητά. Αντίθετα, αν η συμμετρία δεν είναι ακριβής, δηλαδή εάν σπάει αυθόρμητα και ρητά, τότε «αποκτούν» μάζα, αν και συνήθως παραμένουν σχετικά ελαφριά, και ονομάζονται ψευδο-μποζόνια *Goldstone* ή ψευδο-*Nambu – Goldstone* μποζόνια (συντομογραφία *PNGB*).

Τα τρία παρακάτω παραδείγματα βοηθούν στην κατανόηση του μηχανισμού δημιουργίας των μποζονίων *Goldstone*, ο οποίος ονομάζεται και «Goldstone's theorem».[6]

-Στους μαγνήτες, η αρχική περιστροφική συμμετρία (η οποία δημιουργείται απουσία εξωτερικού μαγνητικού πεδίου) σπάει αυθόρμητα έτσι ώστε η μαγνήτιση να δείχνει προς μια συγκεκριμένη κατεύθυνση.

Τα μποζόνια *Goldstone* που δημιουργούνται ονομάζονται «*magnons*», και είναι κύματα *spin* στα οποία ταλαντώνεται η τοπική κατεύθυνση μαγνήτισης.

-Το αυθόρμητο σπάσιμο της ηλεκτροασθενούς συμμετρίας $SU(2) \times U(1)$ δημιουργεί τα μποζόνια *Goldstone* τα οποία αντιστοιχούν στα W και Z .

-Από την αυθόρμητη διάσπαση των συμμετριών *chiral*-γεύσης της *Quark* ύλης (*QCD*) που προκαλείται από συμπύκνωση κουάρκ λόγω της ισχυρής αλληλεπίδρασης, προκύπτουν τα ψευδο-μποζόνια *Goldstone* που ονομάζονται «πιόνια».

¹³ Ανακαλύφθηκαν από τον Yoichiro Nambu (1921-2015) [Ιαπωνο-Αμερικανός φυσικός, καθηγητής στο Πανεπιστήμιο του Σικάγο], στο πλαίσιο του μηχανισμού υπεραγωγιμότητας *BCS*, και στη συνέχεια διευκρινίστηκαν από τον Jeffrey Goldstone (1933 σήμερα 90 ετών) [Βρετανός θεωρητικός φυσικός από τον οποίο πήραν το όνομά τους], και γενικεύτηκαν συστηματικά στο πλαίσιο της χβαντικής θεωρίας πεδίου. Περισσότερα βλέπε στο πλαίσιο κεμένου.

Αλλά τα στοιχεία έδειξαν ότι ούτε αυτά υπήρχαν. Αυτό σήμαινε ότι είτε η αναλλοίωτη βαθμίδα ήταν μια εσφαλμένη προσέγγιση, είτε κάτι άγνωστο έδινε μάζα στα μποζόνια W και Z της ασθενούς αλληλεπιδράσεως και το έκανε με τρόπο χωρίς τη δημιουργία μποζονίων *Goldstone*. Στα τέλη της δεκαετίας του 1950 και στις αρχές της δεκαετίας του 1960, οι φυσικοί αδυνατούσαν να επιλύσουν αυτά τα ζητήματα και να δημιουργήσουν μια ολοκληρωμένη θεωρία για τη σωματιδιακή φυσική.

Στα τέλη της δεκαετίας του 1950, ο Yoichiro Nambu αναγνώρισε ότι το αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας, (μια διαδικασία όπου ένα συμμετρικό σύστημα γίνεται ασύμμετρο), θα μπορούσε να συμβεί υπό ορισμένες συνθήκες. Ένα τέτοιο σπάσιμο της συμμετρίας είναι όταν κάποια μεταβλητή που προηγουμένως δεν επηρέαζε τα μετρούμενα αποτελέσματα (και αρχικά είχαμε συμμετρία) τώρα επηρεάζει τα μετρούμενα αποτελέσματα (και δεν έχουμε πλέον συμμετρία, ή αλλιώς η συμμετρία είναι «σπασμένη»). Το 1962, ο φυσικός Philip Anderson, ειδικός στη φυσική της συμπεκνωμένης ύλης, παρατήρησε ότι το σπάσιμο της συμμετρίας έπαιζε ρόλο στην υπεραγωγιμότητα και πρότεινε ότι θα μπορούσε επίσης να είναι μέρος της απάντησης στο πρόβλημα της αναλλοίωτης μέτρησης στη σωματιδιακή φυσική.

Συγκεκριμένα, ο Άντερσον πρότεινε ότι τα μποζόνια *Goldstone*, που προκύπτουν από το σπάσιμο της συμμετρίας, θα μπορούσαν σε ορισμένες περιπτώσεις να «απορροφηθούν» από τα χωρίς μάζα μποζόνια W και Z . Στην περίπτωση αυτή τα μποζόνια W και Z είναι δυνατόν να αποκτήσουν μάζα, απορροφώντας τη μάζα των μποζονίων *Goldstone* εξαφανίζοντάς τα με αυτόν τον τρόπο και επιλύοντας έτσι τα δύο προβλήματα ταυτόχρονα. Δηλαδή το πρόβλημα της «εμφάνισης» μάζας στα W και Z , και της «εξαφάνισης» των μποζονίων *Goldstone*, των οποίων δεν δικαιολογείται η ύπαρξη!

Συμμετρίες

Η συμμετρία αποτελεί μια σημαντική έννοια όχι μόνο των Μαθηματικών αλλά και της Φυσικής, της Χημείας και της Βιολογίας. Ο επιστημονικός της ορισμός είναι ο παρακάτω:

«Συμμετρία είναι η ιδιότητα ενός αντικειμένου ή συστήματος, να παραμένει αναλλοίωτο μετά από ένα σύνολο αλλαγών (μετασχηματισμών)»

Αντίστοιχα, σύμφωνα με τον μαθηματικό Hermann Weyl¹⁴, για τα συμμετρικά αντικείμενα δίδεται η ακόλουθη πρόταση:

«Ένα αντικείμενο είναι συμμετρικό, αν υπάρχει μια διαδικασία η οποία αφήνει αναλλοίωτη τη μορφή του.» [5]

Στενά συνδεδεμένο με την έννοια της συμμετρίας είναι στο θεώρημα *Noether*¹⁵ σύμφωνα με το οποίο:

¹⁴Ο Hermann Weyl (1885-1955 ήταν Γερμανός μαθηματικός, θεωρητικός φυσικός και φιλόσοφος με σημαντική έρευνα για τη θεωρητική φυσική καθώς και τα καθαρά μαθηματικά.

¹⁵Η Έμι Νέτερ (Amalie Emmy Noether, 23 Μαρτίου 1882 - 14 Απριλίου 1935) ήταν μία πολύ σημαντική Γερμανίδα μαθηματικός γνωστή για τη μελέτη της στην αφηρημένη άλγεβρα και τη θεωρητική φυσική, η οποία στα 1918 διατύπωσε το ομώνυμο θεώρημα.

«για κάθε συνεχή συμμετρία των νόμων της φυσικής πρέπει να υπάρχει ένας νόμος διατήρησης και αντιστρόφως»

Στη σωματιδιακή φυσική θα μας απασχολήσουν τα παρακάτω τρία είδη συμμετρίας: οι συμμετρίες $U(1)$, $SU(2)$ και $SU(3)$.

Τα σύμβολα $U(1)$, $SU(2)$ και $SU(3)$ αναφέρονται σε συγκεκριμένες ομάδες συμμετρίας που χαρακτηρίζουν τα σωματιδιακά πεδία (ηλεκτρομαγνητικό, ασθενές και ισχυρό αντίστοιχα) του Καθιερωμένου Προτύπου.

Ο γενικός τύπος είναι $SU(N)$ από τα αρχικά του Special Unitary Group (N), ο δε αριθμός N προσδιορίζει τον αριθμό των γεννητόρων (φορέων) της κάθε αλληλεπίδρασης σύμφωνα με τον κανόνα: αριθμός φορέων = $N^2 - 1$

Για παράδειγμα στη συμμετρία $SU(2)$, που αφορά την ασθενή αλληλεπίδραση, ο αριθμός των φορέων (γεννητόρων) είναι $N^2 - 1 = 2^2 - 1 = 3$

Πράγματι στην ηλεκτρασθενή αλληλεπίδραση υπάρχουν τρεις φορείς, τα μποζόνια W^- , W^+ και Z^0 .

-Συμμετρία $U(1)$

Έστω ότι ένα μέγεθος μετρείται σε ένα διανυσματικό πεδίο με ένα διάνυσμα του διδιάστατου χώρου (το οποίο χαρακτηρίζεται από το μέτρο και την κατεύθυνση) και έστω ότι αυτό το μέγεθος εξαρτάται μόνον από το μέτρο του διανύσματος (και όχι από την κατεύθυνσή του). Τότε το μέγεθος αυτό παραμένει αναλλοίωτο σε κάθε περιστροφή. Ένα τέτοιο διανυσματικό πεδίο λέμε ότι έχει $U(1)$ gauge συμμετρία.

Η συμμετρία $U(1)$ αναφέρεται συγκεκριμένα σε περιστροφές σε ένα επίπεδο¹⁶. Συγκεκριμένα το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο εμφανίζει αυτή τη συμμετρία: Οι ποσότητες που το χαρακτηρίζουν μπορούν να περιστραφούν σε αυτό το διδιάστατο επίπεδο χωρίς καμία απολύτως επίδραση σε μεγέθη που μετράμε, όπως το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο. Ο γεννήτορας του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου και αντίστοιχα φορέας της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης είναι όπως γνωρίζουμε το φωτόνιο.

-Συμμετρία $SU(2)$

Αν και, έμμεσα, συνδέεται με περιστροφές σε τρεις διαστάσεις, δεν είναι εύκολη η οπτικοποίηση της συμμετρίας $SU(2)$. Η περιστροφή του διανύσματος εδώ δεν γίνεται στον φυσικό, γεωμετρικό τρισδιάστατο χώρο. Μάλλον, οι τρεις παράμετροι αυτής της αφηρημένης περιστροφής αντιστοιχούν σε μια τριάδα πεδίων: τα μποζόνια W^- , W^+ και Z^0 της ασθενούς αλληλεπίδρασης. Τα μποζόνια αυτά έχουν μάζα και τα σωματίδια που διαθέτουν μάζα σπάζουν την συμμετρία μέτρησης. Έτσι στην ηλεκτρασθενή αλληλεπίδραση δεν έχουμε την εμφάνιση της συμμετρίας $SU(2)$.

Όπως έχουμε πει ο αριθμός των φορέων (γεννητόρων) είναι $N^2 - 1 = 2^2 - 1 = 3$, δηλαδή οι φορείς της ηλεκτρασθενούς αλληλεπίδρασης είναι τρεις, που ως γνωστόν είναι τα μποζόνια W^- , W^+ και Z^0 .¹⁷

¹⁶Το αφηρημένο, γκαουσιανό Gaussian επίπεδο των μιγαδικών αριθμών.

¹⁷Πληροφορίες για το ασθενές πεδίο, δεν παίρνουμε από την ίδια τη συμμετρία $SU(2)$, η οποία σπάει, αλλά από τον συνδυασμό $SU(2) \times U(1)$, που διατηρείται για κάποιο χρονικό διάστημα.

-Συμμετρία $SU(3)$

Η ισχυρή αλληλεπίδραση και τα διανυσματικά μποζόνια της, τα γκλουόνια, υπακούουν σε μια ακόμη πιο περίπλοκη ομάδα συμμετρίας, τη συμμετρία $SU(3)$. Καθώς τα γκλουόνια είναι σωματίδια φορείς χωρίς μάζα, η συμμετρία $SU(3)$ διατηρείται στην ισχυρή αλληλεπίδραση. Ο αριθμός των γεννητόρων του διανυσματικού πεδίου υπολογίζεται, όπως έχουμε πει, από τη σχέση $N^2 - 1 = 3^2 - 1 = 8$ και είναι τα οχτώ γνωστά γκλουόνια-φορείς της ισχυρής αλληλεπιδράσεως. Η συμμετρία $SU(3)$, μερικές φορές γράφεται ως $SU(3)_c$, το «c» δηλώνει την αναφορά στο «χρώμα» της ισχυρής αλληλεπιδράσεως.

Ο συνδυασμός των παραπάνω τριών *gauge* συμμετριών $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ αποτελεί την πλήρη ομάδα συμμετριών βαθμίδος που χαρακτηρίζουν τα σωματιδιακά πεδία που αποτελούν το Καθιερωμένο Πρότυπο, και η οποία παρέχει με εξαιρετική ακρίβεια μία πλήρη περιγραφή και πρόβλεψη του Μοντέλου, επαληθεύει δε όλες τις πειραματικές μετρήσεις του. Μια εκτενής ανάλυση της έννοιας της συμμετρίας δίδεται σε παράρτημα μετά το τέλος του άρθρου.

Ο «μηχανισμός» *Higgs* (μέρος πρώτο)

Για να κατανοήσουμε τον μηχανισμό *Higgs*, ας φανταστούμε μια συγκέντρωση φυσικών οι οποίοι βρίσκονται ομοιόμορφα κατανεμημένοι μέσα σε μια αίθουσα, και συζητούν με τους διπλανούς τους.



Εικόνα Πλαισίου 1: Αρχικά στην αίθουσα οι φυσικοί είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι.

Πηγή εικόνων: CERN

Ξαφνικά μια σημαντική και όμορφη φυσικός μπαίνει και διασχίζει την αίθουσα.

Όλοι οι φυσικοί απ' όπου περνάει, έλκονται προς αυτήν και συνωθούνται γύρω της. Καθώς διασχίζει την αίθουσα, έλκει τα πρόσωπα που βρίσκονται κοντά της, ενώ αυτά που

προσπέρασε, επιστρέφουν στις κανονικές αποστάσεις μεταξύ τους.

Επειδή πάντα υπάρχει ένας σωρός ανθρώπων γύρω της, αυτή αποκτά μεγαλύτερη μάζα απ' ότι θα είχε αν ήταν μόνη της.



Εικόνα Πλαισίου 2: Με την είσοδο της γυναίκας φυσικού στην αίθουσα το πλήθος πυκνώνει γύρω της.

Αυτό υπονοεί ότι έχει τώρα περισσότερη ορμή για την ίδια ταχύτητα κίνησης. Δηλαδή, όταν κινείται είναι δυσκολότερο να σταματήσει, ενώ όταν σταματήσει, είναι δυσκολότερο να ξεκινήσει ξανά, διότι ο σωρός γύρω της πρέπει να κινηθεί και αυτός.

Η αδρανειακή της μάζα έχει αυξηθεί.

Ο μηχανισμός Higgs

Με τις εργασίες τους τρεις ομάδες ερευνητών, οι Robert Brout and François Englert στις 26 Ιουνίου 1964 [7], ο Peter Higgs στις 31 Αυγούστου 1964 [8] και οι Gerald Guralnik, C. Richard Hagen, and Tom Kibble (GHK) στις 12 Οκτωβρίου 1964 [9], ανέπτυξαν ανεξάρτητα την θεωρία που έγινε γνωστή ως το «σπάσιμο της συμμετρίας»¹⁸. Και οι τρεις ομάδες κατέληξαν σε παρόμοια συμπεράσματα για το πώς θα μπορούσε να προκύψει μάζα. Συγκεκριμένα έδειξαν ότι οι συνθήκες για ηλεκτροασθενή συμμετρία θα μπορούσαν να «σπάσουν» εάν υπήρχε ένας ασυνήθιστος τύπος πεδίου σε όλο το σύμπαν. Στην περίπτωση αυτή δεν θα απαιτούνταν η ύπαρξη των μποζονίων Goldstone ενώ ορισμένα υπάρχοντα μποζόνια θα αποκτούσαν μάζα.

Ο «μηχανισμός» Higgs (μέρος δεύτερο)

Ας θεωρήσουμε τώρα ότι δεν υπάρχει η όμορφη φυσικός, αλλά μια φήμη (άλη - χωρίς μάζα) η οποία διασπείρεται μέσα στην αίθουσα με τους φυσικούς. Όσοι βρίσκονται κοντά στην πόρτα, ακούνε πρώτοι τη φήμη και μαζεύνονται για να συζητήσουν τις λεπτομέρειες.



Εικ. Πλαισίου 1: Φήμη διασπείρεται στην αίθουσα. Κατόπιν στρέφονται και πλησιάζουν τους επόμενους γείτονές τους που θέλουν να μάθουν και αυτοί τι έγινε. Ένα κύμα από συνάνθρωπιση προσώπων διαδίδεται μέσα στην αίθουσα. Μπορεί να απλωθεί σε όλες τις γωνιές, ή μπορεί να σχηματιστεί μια δέσμη από συμύκνωση προσώπων που θα διαδοθεί προς

μία μόνο διεύθυνση μέσα στην αίθουσα, και θα μεταφέρει τη φήμη. Παράγονται δηλαδή πάλι συμπυκνώσεις, αλλά αυτή τη φορά μεταξύ των ιδίων των επιστημόνων, χωρίς να χρειάζεται και το άλλο πρόσωπο (η φυσικός). Αφού η πληροφορία μεταφέρεται από συσσωματώματα ανθρώπων, τα συσσωματώματα



Εικόνα Πλαισίου 2: Η φήμη με μορφή πυκνώματος διασχίζει την αίθουσα. Πηγή εικόνων: CERN ήταν εκείνα που έδωσαν τη μάζα στην άλη φήμη που μπήκε στην αίθουσα, με άλλα λόγια τα συσσωματώματα από μόνα τους δημιούργησαν τη μάζα χωρίς την ύπαρξη του σημαντικού προσώπου. Το μποζόνιο Higgs προβλέπεται ότι είναι ακριβώς ένα τέτοιο συσσωματώμα μέσα στο πεδίο Higgs.

¹⁸Οι τρεις αυτές εργασίες, οι οποίες πρότειναν με διαφορετικές προσεγγίσεις την εξήγηση του πώς θα μπορούσε να προκύψει μάζα στις τοπικές θεωρίες βαθμίδας, πήραν την ονομασία «the 1964 PRL symmetry breaking papers».

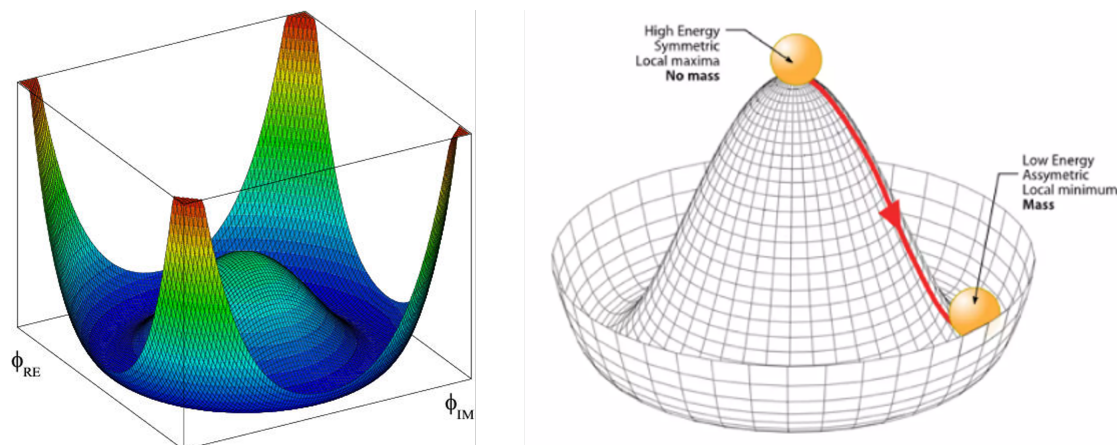
Το πεδίο που απαιτούνταν για να συμβεί αυτό (το οποίο ήταν καθαρά υποθετικό εκείνη την εποχή) έγινε γνωστό ως «**πεδίο Higgs**» και ο μηχανισμός ο οποίος οδηγούσε στο σπάσιμο της συμμετρίας, έγινε γνωστός ως «**μηχανισμός Higgs**». Το βασικό χαρακτηριστικό αυτού του απαραίτητου πεδίου ήταν ότι χρειαζόταν λιγότερη ενέργεια ώστε η έντασή του (πεδίου) να έχει μη μηδενική από το να έχει μηδενική τιμή. Έτσι το πεδίο *Higgs* έχει μη μηδενική τιμή παντού σε αντίθεση με όλα τα άλλα γνωστά πεδία. Αυτή η μη μηδενική τιμή θα μπορούσε θεωρητικά να σπάσει την ηλεκτροασθενή συμμετρία. Εφόσον η πλήρης συμμετρία $SU(2) \times U(1)$ οδηγούσε σε σωματίδια χωρίς μάζα για να οδηγηθούμε σε σωματίδια με μάζα θα έπρεπε να επικαλεστούμε το σπάσιμο της συμμετρίας. Ήταν η πρώτη πρόταση ικανή να δείξει πώς τα μποζόνια βαθμίδος ασθενούς αλληλεπιδράσεως θα μπορούσαν να έχουν μάζα παρά τη συμμετρία που τα κυβερνά, μέσα σε μια θεωρία αναλλοίωτης βαθμίδος. Αν και αυτές οι ιδέες δεν κέρδισαν αρχικά ιδιαίτερη υποστήριξη ή προσοχή, στα 1972 αναπτύχθηκαν σε μια ολοκληρωμένη θεωρία και αποδείχθηκαν ικανές να δώσουν «λογικά» αποτελέσματα που περιέγραφαν με ακρίβεια σωματίδια γνωστά εκείνη την εποχή και τα οποία, επίσης με εξαιρετική ακρίβεια, προέβλεπαν πολλά άλλα σωματίδια που ανακαλύφθηκαν κατά τη διάρκεια των επόμενων ετών. Κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1970 αυτές οι θεωρίες έγιναν γρήγορα το Καθιερωμένο Μοντέλο της σωματιδιακής φυσικής.

Το πεδίο *Higgs*

Για να επιτραπεί το σπάσιμο της συμμετρίας, το Καθιερωμένο Μοντέλο περιλαμβάνει (όπως αναφέρθηκε και παραπάνω) ένα νέου είδους πεδίο, το «**πεδίο Higgs**». Το πεδίο *Higgs* είναι ένα βαθμωτό πεδίο, που βρίσκεται παντού (ακόμα και στον κενό χώρο) σαν υπόβαθρο. Έχει δύο ουδέτερα και δύο ηλεκτρικά φορτισμένα συστατικά που σχηματίζουν μια $SU(2)$ συμμετρία ισοσπίν, στην οποία οι νόμοι της φυσικής παραμένουν αμετάβλητοι όταν τα σωματίδια φορείς της ασθενούς αλληλεπιδράσεως περιστρέφονται με συγκεκριμένο τρόπο. Το δυναμικό σε σχήμα **μεξικάνικου καπέλου** (βλ. Εικόνα 2) παίρνει μη μηδενική τιμή παντού και στο κενό (η κατάσταση του κενού του είναι μη μηδενική), σπάει την συμμετρία ισοσπίν της ασθενούς αλληλεπιδράσεως και, μέσω του μηχανισμού *Higgs*, δίνει μάζα στα μποζόνια W και Z .¹⁹ Σε αντίθεση με όλα τα άλλα γνωστά πεδία, όπως έχουμε πει, είναι ενεργειακά πιο συμφέρον η τιμή του πεδίου *Higgs* να είναι μη μηδενική από το να είναι μηδενική. Πράγματι όπως βλέπουμε και στην Εικόνα 2 (δεξιά) το σημείο (0,0) είναι ένα ασταθές σημείο ισορροπίας και αυτό σημαίνει ότι στο σωματίδιο ενεργειακά συμφέρει να βρίσκεται στην (τοπικά) μη συμμετρική κατάσταση (σε οποιοδήποτε σημείο της περιφέρειας) παρά στη συμμετρική [κορυφή (0,0) του καπέλου]. Αυτή η συμπεριφορά ονομάζεται «**αυθόρμητο σπάσιμο συμμετρίας**».

¹⁹ Αργότερα έγινε αντιληπτό ότι το ίδιο πεδίο θα εξηγούσε, με διαφορετικό τρόπο, γιατί άλλα θεμελιώδη συστατικά της ύλης (συμπεριλαμβανομένων ηλεκτρονίων και κουάρκ) έχουν μάζα.

Για το αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας δες στο πλαίσιο κειμένου της σελίδος 13 και μια πλήρης μαθηματική ανάλυση του φαινομένου δίδεται στο «Παράρτημα Β».



Εικόνα 2: (Αριστερά) Το πεδίο *Higgs* σε σχήμα μεξικάνικου καπέλου [απόδοση από το *Mathematica*]. (Δεξιά) Ένα σωματίδιο «προτιμάει» ενεργειακά να βρεθεί σε οποιοδήποτε σημείο της περιφέρειας του «μεξικάνικου καπέλου» παρά στην υψηλότερης ενεργειακής στάθμης κορυφή.

Το πεδίο *Higgs* είναι πολύ σημαντικό πεδίο και είναι το μόνο βαθμωτό πεδίο (με *spin* 0) που ανιχνεύτηκε. Όλα τα άλλα θεμελιώδη πεδία στο Καθιερωμένο Πρότυπο είναι με *spin* $\frac{1}{2}$ (φερμιόνια) ή με *spin* 1 (μποζόνια). Η βασικότερή του ιδιότητα είναι ότι έχει μη μηδενική μέση τιμή παντού, ακόμη και στον κενό χώρο. Εάν η μέση τιμή του πεδίου *Higgs* ήταν μηδέν, δεν θα ελάμβανε χώρα το αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας και τα σωματίδια που αναφέρθηκαν παραπάνω ότι αποκτούν μάζα λόγω του πεδίου αυτού (βλέπε πλαίσιο κειμένου σελ.15) δεν θα είχαν μάζα γεγονός καταστροφικό για το Σύμπαν όπως το ξέρουμε σήμερα!!!

Τα άτομα και οι ατομικοί πυρήνες θα αποσυντίθονταν. Τίποτε από αυτά που βλέπουμε (ούτε καν εμείς οι ίδιοι) δεν θα υπήρχαν, αν το πεδίο *Higgs* δεν είχε μη μηδενική μέση τιμή.

Ο κόσμος, εκτός πεδίου φυσικής, λίγα πράγματα γνωρίζει για την σπουδαιότητα αυτή του πεδίου *Higgs*. Το σωματίδιο *Higgs* είναι αυτό που έχει τραβήξει όλη την προσοχή, ενώ το «φτωχό» πεδίο *Higgs* «εργάζεται στην αφάνεια», προστατεύοντας το Σύμπαν από την καταστροφή! χωρίς να λαμβάνει τα εύσημα που του αξίζουν...

Η θεωρητική αναγκαιότητα του πεδίου και σωματιδίου *Higgs*

Όπως είδαμε παραπάνω, η αναλλοίωτη βαθμίδα είναι μια σημαντική ιδιότητα στη θεωρία της σωματιδιακής φυσικής και συνδέεται στενά με τους νόμους διατήρησης. Όμως, όπως έχει παρατηρηθεί, τα φερμιόνια και τα μποζόνια *W* και *Z* έχουν μάζα.

Ένας όρος μάζας μποζονίου, με τη σειρά του, περιέχει όρους που εξαρτώνται σαφώς από την επιλογή της βαθμίδος, και επομένως αυτές οι μάζες δεν μπορούν να είναι αμετάβλητης βαθμίδος. Ως εκ τούτου, φαίνεται ότι κανένα από τα τυπικά μοντέλα (φερμιόνια ή μποζόνια) δεν θα μπορούσε να «υπάρξει» με τη μάζα ως ενσωματωμένη ιδιότητα, εκτός αν εγκατέλειπε την (ιδιότητα) αναλλοίωτης βαθμίδος. Αντίθετα αν έπρεπε να διατηρηθεί η αμετάβλητη βαθμίδα, τότε αυτά τα σωματίδια έπρεπε να αποκτήσουν τη μάζα τους με κάποιον άλλο μηχανισμό ή αλληλεπίδραση.

Εν κατακλείδει ό,τι έδινε σε αυτά τα σωματίδια τη μάζα τους δεν θα έπρεπε να «σπάει» την αναλλοίωτη βαθμίδα, (η οποία ως βάση για άλλες θεωρίες λειτουργούσε καλά) ούτε και θα έπρεπε να προβλέπει απροσδόκητα σωματίδια χωρίς μάζα ή δυνάμεις μεγάλης εμβέλειας που στην πραγματικότητα δεν υπάρχουν στη φύση.

Μια λύση στο πρόβλημα προέκυψε από τα μαθηματικά του θεωρήματος του *Goldstone*, σύμφωνα με το οποίο, υπό ορισμένες προϋποθέσεις, θα μπορούσε θεωρητικά να σπάσει μια συμμετρία χωρίς να διαταραχθεί η αναλλοίωτη βαθμίδα και χωρίς τη δημιουργία νέων (χωρίς μάζα) σωματιδίων ή δυνάμεων.

Ας περιγράψουμε πώς συμβαίνει αυτό

Το Καθιερωμένο Πρότυπο, προϋποθέτει ένα πεδίο υπεύθυνο γι' αυτό το σπάσιμο της συμμετρίας. Το πεδίο αυτό (πεδίο *Higgs*) έχει την ασυνήθιστη ιδιότητα ενός **μη μηδενικού πλάτους** στη θεμελιώδη του κατάσταση, δηλαδή μια μη μηδενική **τιμή προσδοκίας κενού**.²⁰ Έχει αυτή την ιδιότητα λόγω του ασυνήθιστου δυναμικού του σε σχήμα «μεξικανικού καπέλου» (βλέπε παραπάνω), του οποίου το χαμηλότερο σημείο δεν βρίσκεται στο «κέντρο». Με απλά λόγια, σε αντίθεση με όλα τα άλλα γνωστά πεδία, το πεδίο *Higgs* απαιτεί λιγότερη ενέργεια για να έχει μια μη μηδενική τιμή από μια μηδενική, επομένως καταλήγει να έχει μη μηδενική τιμή παντού. Κάτω από ένα ορισμένο εξαιρετικά υψηλό επίπεδο ενέργειας, η ύπαρξη αυτής της μη μηδενικής προσδοκίας κενού «σπάει» αυθόρμητα την ηλεκτροασθενή συμμετρία βαθμίδος. Όταν η συμμετρία σπάει κάτω από αυτές τις συνθήκες, τα μποζόνια *Goldstone* που προκύπτουν αλληλεπιδρούν με το πεδίο *Higgs* πριν καν αποκτήσουν υπόσταση και μάζα και εξαφανίζονται δίνοντας παράλληλα τη δυνατότητα στα μποζόνια της ηλεκτροασθενούς αλληλεπίδρασης να αποκτήσουν μάζα ανάλογη με το πόσο έντονα αλληλεπιδρούν με το πεδίο *Higgs*. Αυτό έγινε γνωστό ως «**μηχανισμός Higgs**».

Συνοψίζοντας ο μηχανισμός *Higgs* έχει την παρακάτω αρχή λειτουργίας:

- Το κενό δεν είναι στην πραγματικότητα κενό αλλά πληρούται από το πεδίο *Higgs*.

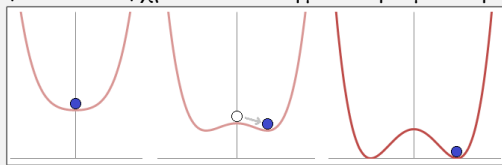
²⁰ Στην κβαντική θεωρία πεδίου, η «τιμή προσδοκίας κενού» (ή αλλιώς «συμπύκνωση») ενός τελεστή είναι η μέση ή η αναμενόμενη τιμή του στο κενό. Η αναμενόμενη τιμή κενού ενός τελεστή O συνήθως συμβολίζεται με $\langle O \rangle$.

Το πεδίο *Higgs* έχει τιμή προσδοκίας κενού 246 GeV . [10] Αυτή η μη μηδενική τιμή αποτελεί τη βάση του μηχανισμού *Higgs* και προκύπτει από τη σχέση: $v = 1/\sqrt{\sqrt{2}G_F^0} = 2M_W/g \approx 246.22 \text{ GeV}$, όπου M_W είναι η μάζα του μποζονίου W , G_F^0 είναι η μειωμένη τιμή της σταθεράς *Fermi*, και g η ασθενής σύζευξη *isospin*, σε φυσικές μονάδες.

- Τα στοιχειώδη σωματίδια καθώς κινούνται μέσα στο κενό (πεδίο *Higgs*) συγκρούονται με τα σωματίδια *Higgs*.
- Το πεδίο *Higgs* παραμορφώνεται τοπικά, συμπεριφέρεται σαν μελάσα (ή σαν το δωμάτιο με τους φυσικούς στο παράδειγμα του πλαισίου κειμένου των σελιδων 8 και 9) και επιβραδύνει τα σωματίδια, προσδίδοντάς τους μάζα.
- Όσο πιο ισχυρή είναι η αλληλεπίδραση, τόσο πιο βαρύ θα είναι το σωματίδιο.

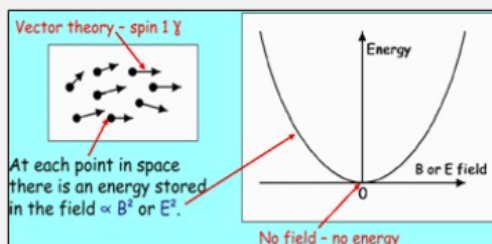
Αυθόρμητο Σπάσιμο της Συμμετρίας

Στη φυσική, «σπάσιμο συμμετρίας» είναι ένα φαινόμενο κατά το οποίο μια ακαθόριστη αλλά συμμετρική κατάσταση καταρρέει σε μια καθορισμένη, αλλά λιγότερο συμμετρική κατάσταση. Αυτή η κατάρρευση είναι συχνά μία από τις πολλές δυνατές καταστάσεις που μπορεί να λάβει ένα σωματίδιο καθώς πλησιάζει σε μια κατάσταση χαμηλότερης ενέργειας. Λόγω των πολλών δυνατοτήτων, ένας παρατηρητής μπορεί να υποθέσει ότι το αποτέλεσμα της κατάρρευσης είναι αυθαίρετο (τυχαίο). Αυτό το φαινόμενο είναι θεμελιώδες για την κβαντική θεωρία πεδίου και περαιτέρω, για τις σύγχρονες αντιλήψεις της φυσικής.



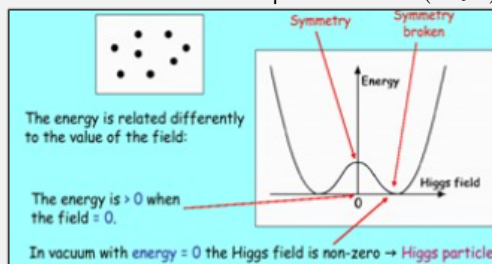
Εικ. Πλαισίου 1: Σε υψηλά επίπεδα ενέργειας (αριστερά) η μπάλα εγκαθίσταται στο κέντρο και το αποτέλεσμα είναι συμμετρικό. Σε χαμηλότερα επίπεδα ενέργειας (δεξιά), οι γενικοί «κανόνες» παραμένουν συμμετρικοί, αλλά το δυναμικό του «μεξικανικού καπέλου» τίθεται σε ισχύ: η «τοπική» συμμετρία αναπόφευκτα σπάει, αφού τελικά η μπάλα πρέπει να κυλήσει τυχαία με τον ένα ή τον άλλο τρόπο.

- Στη θεωρία διανυσματικού πεδίου σε κάθε σημείο του χώρου υπάρχει ενέργεια αποθηκευμένη στο πεδίο, όπως γίνεται στο μαγνητικό ή στο ηλεκτρικό πεδίο. Η γραφική παράσταση που περιγράφει την ενέργεια σε συνάρτηση με την ένταση του διανυσματικού πεδίου δίδεται στην εικόνα 2 (δεξιά).



Εικ. Πλαισίου 2: Σε κάθε σημείο του χώρου υπάρχει μια ενέργεια αποθηκευμένη στο πεδίο, όπου δεν υπάρχει πεδίο δεν υπάρχει ενέργεια.

- Στη θεωρία βαθμωτού πεδίου η ενέργεια σχετίζεται διαφορετικά σε συνάρτηση με την τιμή του πεδίου. Συγκεκριμένα στο σημείο μηδενικής εντάσεως του πεδίου η ενέργεια είναι > 0 . Αντίστροφα εκεί όπου η ενέργεια είναι μηδέν η ένταση του βαθμωτού πεδίου (*Higgs*) είναι μη μηδενική (σπάσιμο της συμμετρίας). Η γραφική παράσταση που περιγράφει την ενέργεια σε συνάρτηση με την ένταση του βαθμωτού πεδίου δίδεται στην εικόνα 3 (δεξιά).



Εικ. Πλαισίου 3: Στο βαθμωτό πεδίο, με γραφ. παράσταση σχήματος μεξικανικού καπέλου, υπάρχει ενέργεια στο σημείο που η ένταση είναι μηδέν, άρα το σημείο αυτό είναι ασταθές και η συμμετρία σπάει αυθόρμητα.

Η έρευνα και η ανακάλυψη του πεδίου και του σωματιδίου *Higgs*
Μέχρι τη δεκαετία του 1980, το ερώτημα αν υπήρχε το πεδίο *Higgs*, και επομένως αν ολόκληρο το Καθιερωμένο Πρότυπο ήταν σωστό, είχε αρχίσει να θεωρείται ως ένα από τα πιο σημαντικά αναπάντητα ερωτήματα στη σωματιδιακή φυσική.

Δεν υπήρχε ακόμη καμία άμεση απόδειξη ότι ένα τέτοιο πεδίο πραγματικά υπήρχε, αλλά ακόμη και χωρίς άμεση απόδειξη, η ακρίβεια των προβλέψεων του έκανε τους επιστήμονες να πιστεύουν ότι η θεωρία έπρεπε να ήταν αληθινή. Παρ' όλα αυτά για πολλές δεκαετίες δεν είχαν τρόπο να προσδιορίσουν την ύπαρξη του πεδίου επειδή η τεχνολογία που απαιτείται για την ανίχνευσή του δεν υπήρχε εκείνη την εποχή.

Εάν το πεδίο *Higgs* υπήρχε, τότε θα ήταν διαφορετικό από οποιοδήποτε άλλο γνωστό θεμελιώδες πεδίο, ήταν όμως επίσης πιθανό αυτές οι βασικές ιδέες, ή ακόμα και ολόκληρο το Καθιερωμένο Πρότυπο, κατά κάποιο τρόπο να ήταν λανθασμένες.

Μια κρίσιμη πρόβλεψη της υποθετικής (μέχρι τότε) θεωρίας για το πεδίο *Higgs* ήταν ότι ένα αντίστοιχο σωματίδιο, που ονομάζεται «μποζόνιο *Higgs*», θα έπρεπε επίσης να υπάρχει. Η απόδειξη της ύπαρξης αυτού του μποζονίου θα αποδείκνυε αυτόματα και την ύπαρξη του πεδίου, και τελικά θα αποδείκνυε εάν η εξήγηση του Καθιερωμένου Προτύπου ήταν σωστή. Ως εκ τούτου, μετά το 1980 υπήρξε μια εκτεταμένη αναζήτηση για το μποζόνιο *Higgs*, ως ένας τρόπος για να αποδειχθεί ότι υπήρχε και το ίδιο το ομώνυμο πεδίο.

Αν και το πεδίο *Higgs* θα έπρεπε, σύμφωνα με τη θεωρία, να υπήρχε παντού, η απόδειξη της ύπαρξης αυτής δεν ήταν καθόλου εύκολη. Θα μπορούσε θεωρητικά να αποδειχθεί ανιχνεύοντας τις «διεγέρσεις» του, που εκδηλώνονται ως σωματίδια *Higgs*, αλλά αυτά ήταν εξαιρετικά δύσκολο να παραχθούν και να ανιχνευθούν λόγω της υψηλής ενέργειας που απαιτούνταν για την παραγωγή τους. Οι επιταχυντές σωματιδίων, οι ανιχνευτές και οι υπολογιστές ικανοί να αναζητούν μποζόνια *Higgs* χρειάστηκαν περισσότερα από 30 χρόνια (περίπου 1980-2010) για να αναπτυχθούν.²¹ Στις 4 Ιουλίου 2012, ανακοινώθηκε η ανακάλυψη ενός σωματιδίου με μάζα μεταξύ 125 και 127 GeV/c².²² Το νέο σωματίδιο συμπεριφέρονταν, αλληλεπιδρούσε και διασπόταν με τρόπους που προβλέπονταν για τα σωματίδια *Higgs* από το Καθιερωμένο Μοντέλο. Μετά από συστηματική έρευνα στα νέα δεδομένα βρέθηκε ότι είχε άρτια *parity* και μηδενικό σπιν, θεμελιώδη χαρακτηριστικά ενός μποζονίου *Higgs*. Οι φυσικοί τελικά κατέληξαν πως η αρχική τους υποψία ήταν σωστή και το νέο σωματίδιο ήταν το μποζόνιο *Higgs*. [11][12][13]

²¹Η σημασία αυτού του εγχειρήματος οδήγησε σε μια έρευνα 40 ετών και στην κατασκευή μιας από τις πιο ακριβείς και πολύπλοκες πειραματικές εγκαταστάσεις μέχρι σήμερα στον κόσμο, του Μεγάλου Επιταχυντή Αδρονίων (Large Hadron Collider-LHC) του CERN, σε μια προσπάθεια να δημιουργηθούν μποζόνια *Higgs* και άλλα σωματίδια για παρατήρηση και μελέτη.

²²Στη σωματιδιακή φυσική χρησιμοποιείται ως μονάδα μετρήσεως της μάζας σωματιδίου το eV/c² η οποία προκύπτει από την λύση ως προς τη μάζα m της γνωστής εξίσωσης της Ειδικής Θεωρίας Σχετικότητας: $E = mc^2$. Ένα eV, εκφράζει το ποσό της κινητικής ενέργειας που αποκτά ένα μη δέσμιο ηλεκτρόνιο καθώς περνά από ηλεκτροστατική διαφορά δυναμικού ενός βολτ (V), στο κενό.

Απόκτηση μάζας σωματιδίων μέσω του πεδίου *Higgs*

Το πεδίο *Higgs* είναι ζωτικής σημασίας για τη δημιουργία των μαζών των κουάρκ και των φορτισμένων λεπτονίων (μέσω της σύζευξης *Yukawa*^{a)}) και των μποζονίων *W* και *Z* (μέσω του μηχανισμού *Higgs*).

Αξίζει να σημειωθεί ότι το πεδίο *Higgs* δεν «δημιουργεί» μάζα από το τίποτα (πράγμα που θα παραβίαζε τον νόμο της διατήρησης της ενέργειας), ούτε ευθύνεται για τη μάζα όλων των σωματιδίων. Για παράδειγμα, περίπου το 99% της μάζας των βαρυονίων (πρωτονίων, νετρονίων), οφείλεται στην χβαντική

χρωμοδυναμική ενέργεια δέσμησης, η οποία είναι το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των κουάρκ και των ενεργειών των γλουονίων χωρίς μάζα που μεσολαβούν στην ισχυρή αλληλεπίδραση μέσα στα βαρυόνια. Στη θεωρία που βασίζεται στο πεδίο *Higgs*, η ιδιότητα της «μάζας» είναι μια εκδήλωση δυναμικής ενέργειας που μεταφέρεται σε θεμελιώδη σωματίδια όταν αυτά αλληλεπιδρούν («ζεύγος») με το πεδίο *Higgs*, το οποίο περιείχε αυτή τη μάζα με τη μορφή ενέργειας.

^{a)}Ο Hideki Yukawa 1907-1981 ήταν Ιάπωνας θεωρητικός φυσικός βραβευμένος με Νόμπελ για την πρόβλεψή του για το π-μεσόνιο, ή πόνιο. Η θεωρία του *Yukawa* για την δημιουργία μάζας βασίστηκε στην ιδέα ότι η ανταλλαγή ενός σώματος ισοδυναμεί με την άσκηση δύναμης.

Μέχρι τον Μάρτιο 2013, επιβεβαιώθηκε η ύπαρξη του μποζονίου *Higgs* (το πρώτο βαθμωτό στοιχειώδες σωματίδιο που ανακαλύφθηκε στη φύση), και ως εκ τούτου, η ιδέα της ύπαρξης και του αντίστοιχου πεδίου *Higgs* υποστηρίχθηκε έντονα.

Η παρουσία του πεδίου, που τώρα επιβεβαιώνεται από πειραματική έρευνα, εξηγεί γιατί ορισμένα θεμελιώδη σωματίδια έχουν μάζα, παρά τις συμμετρίες που ελέγχουν τις αλληλεπιδράσεις τους, και υπονοούν ότι τα σωματίδια αυτά πρέπει να είναι χωρίς μάζα. Επιλύει επίσης αρκετούς άλλους μακροχρόνιους γρίφους, όπως τον λόγο για την εξαιρετικά μικρή απόσταση που διανύουν τα μποζόνια ασθενούς αλληλεπιδράσεως και, επομένως, την εξαιρετικά μικρή εμβέλεια της ασθενούς δύναμης.

Η παραγωγή του σωματιδίου *Higgs*

Εάν οι θεωρίες για τα σωματίδια *Higgs* είναι έγκυρες, τότε ένα σωματίδιο *Higgs* μπορεί να παραχθεί σε έναν επιταχυντή σωματιδίων. Αυτό επιτυγχάνεται με την επιτάχυνση ενός μεγάλου αριθμού σωματιδίων σε εξαιρετικά υψηλές ενέργειες και με ταχύτητες πολύ κοντά στην ταχύτητα του φωτός. Πρωτόνια και ιόντα μολύβδου (οι γυμνοί πυρήνες των ατόμων μολύβδου) χρησιμοποιούνται στον Μεγάλο Αδρονιακό Επιταχυντή (*LHC*).

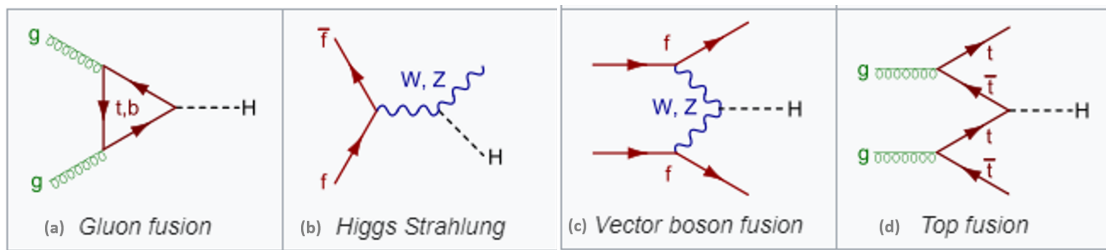
Η σχετική θεωρία σωματιδίων (το Καθιερωμένο Πρότυπο) καθορίζει τα είδη συγκρούσεων και ανιχνευτών και προβλέπει ότι τα μποζόνια *Higgs* μπορούν να σχηματιστούν με διάφορους τρόπους.[14][15][16] Η πιθανότητα να δημιουργηθεί ένα μποζόνιο *Higgs* σε οποιαδήποτε σύγκρουση αναμένεται πάντα να είναι πολύ μικρή – για παράδειγμα, μόνο ένα μποζόνιο παράγεται ανά 10 δισεκατομμύρια συγκρούσεις στον *LHC*.²³

²³Το παράδειγμα αυτό βασίζεται στον ρυθμό παραγωγής στον *LHC* που λειτουργεί στα 7TeV.

Οι πιο κοινές αναμενόμενες διεργασίες για την παραγωγή μποζονίων *Higgs* είναι:

Σύντηξη γκλουονίων (*Gluon fusion*)

Εάν τα συγκρουόμενα σωματίδια είναι αδρόνια, όπως το πρωτόνιο ή το αντιπρωτόνιο, τότε είναι πολύ πιθανό δύο από τα γκλουόνια που δεσμεύουν το αδρόνιο να συγκρουούνται μεταξύ τους. Ο ευκολότερος τρόπος για να παραχθεί ένα σωματίδιο *Higgs* είναι τα δύο γκλουόνια να συνδυαστούν για να σχηματίσουν έναν βρόχο εικονικών κουάρκ. Δεδομένου ότι η σύζευξη των σωματιδίων για το μποζόνιο *Higgs* είναι ανάλογη της μάζας τους, αυτή η διαδικασία είναι πιο πιθανή για βαριά σωματίδια. Στην πράξη, αρκεί να εξετάσουμε τις συνεισφορές των εικονικών *top* και *bottom* κουάρκ (τα βαρύτερα κουάρκ). Αυτή η διαδικασία (*Gluon fusion*) είναι η κυρίαρχη στον *LHC* και τον *Tevatron*, είναι περίπου δέκα φορές πιο πιθανή από οποιαδήποτε άλλη διαδικασία παραγωγής [14][15]. [Εικόνα 3(a)]



Εικόνα 3: Τα διαγράμματα *Feynman* που απεικονίζουν τις τέσσερις διαδικασίες παραγωγής σωματιδίου *Higgs*. [Πληροφορίες για το διάγραμμα *Feynman* βλέπε στο Παράρτημα Γ]

Διεργασία «*Higgs Strahlung*»

Εάν ένα στοιχειώδες φερμιόνιο συγκρουστεί με ένα αντι-φερμιόνιο (π.χ. ένα κουάρκ με ένα αντι-κουάρκ ή ένα ηλεκτρόνιο με ένα ποζιτρόνιο) τα δύο μπορούν να συγχωνευθούν για να σχηματίσουν ένα εικονικό μποζόνιο *W* ή *Z* το οποίο, αν φέρει αρκετή ενέργεια, μπορεί στη συνέχεια να εκπέμπει ένα μποζόνιο *Higgs*. Αυτή η διαδικασία ήταν ο κυρίαρχος τρόπος παραγωγής στον επιταχυντή συγκρουόμενων δεσμών LEP: Large Electron-Positron του *CERN*, όπου ένα ηλεκτρόνιο και ένα ποζιτρόνιο συγκρούστηκαν για να σχηματίσουν ένα εικονικό μποζόνιο *Z*, και ήταν η δεύτερη μεγαλύτερη συνεισφορά για την παραγωγή μποζονίων *Higgs* στον *Tevatron*. Στον *LHC* αυτή η διαδικασία είναι μόνο η τρίτη μεγαλύτερη, επειδή σ' αυτόν τον επιταχυντή συγκρούονται πρωτόνια με πρωτόνια, καθιστώντας μια σύγκρουση κουάρκ-αντικουάρκ λιγότερο πιθανή από ό,τι στον *Tevatron* [14][15][16]. [Εικόνα 3(b)]

Η συνολική διατομή (κάτι αντίστοιχο με την πιθανότητα) για την παραγωγή ενός μποζονίου *Higgs* είναι περίπου 10picobarn[14] (Ένα *barn* είναι μια μονάδα εμβαδού, ίση με $10^{-28}m^2$ ή $100fm^2$, επίσης ένα *barn* είναι περίπου η περιοχή διατομής ενός πυρήνα ουρανίου), ενώ η συνολική διατομή για μια σύγκρουση πρωτονίου-πρωτονίου είναι 110millibarn

Ασθενής (ή Διανυσματική) Σύντηξη Μποζονίων (*Weak [or Vector] boson fusion*)

Η τρίτη διαδικασία παραγωγής του μποζονίου *Higgs* είναι αυτή που λαμβάνει χώρα όταν δύο φερμιόνια (ή αντιφερμιόνια) συγκρούονται και ανταλλάσσουν ένα εικονικό μποζόνιο W ή Z , το οποίο εκπέμπει ένα μποζόνιο *Higgs*. Τα φερμιόνια που συγκρούονται δεν χρειάζεται να είναι του ίδιου τύπου. Έτσι, για παράδειγμα, ένα *up* κουάρκ μπορεί να ανταλλάξει ένα μποζόνιο Z με ένα κουάρκ *anti-down*. Αυτή η διαδικασία είναι η δεύτερη πιο σημαντική για την παραγωγή του σωματιδίου *Higgs* στον *LHC* και στον *LEP* [14][16]. [Εικόνα 3(c)]

Σύντηξη *top* κουάρκ (*Top fusion*)

Η διαδικασία αυτή που θεωρείται μακράν η λιγότερο πιθανή (κατά δύο τάξεις μεγέθους από τις υπόλοιπες). Αυτή η διαδικασία περιλαμβάνει δύο γκλουόνια που συγκρούονται, τα οποία το καθένα διασπάται σε ένα βαρύ ζεύγος κουάρκ-αντικουάρκ. Ένα κουάρκ και ένα αντικουάρκ από κάθε ζεύγος μπορούν στη συνέχεια να συνδυαστούν για να σχηματίσουν ένα σωματίδιο *Higgs* [14][15]. [Εικόνα 3(d)]

Η διάσπαση του σωματιδίου *Higgs*

Η κβαντομηχανική προβλέπει ότι εάν είναι δυνατό ένα σωματίδιο να διασπαστεί σε άλλα ελαφρύτερα σωματίδια, τότε τελικά θα το κάνει.[17] Αυτό ισχύει και για το μποζόνιο *Higgs*. Η πιθανότητα με την οποία συμβαίνει αυτό εξαρτάται από διάφορους παράγοντες όπως: η διαφορά στη μάζα, η ισχύς των αλληλεπιδράσεων, κλπ. Οι περισσότεροι από αυτούς τους παράγοντες καθορίζονται από το Καθιερωμένο Πρότυπο. Για ένα μποζόνιο *Higgs* με μάζα $125 \text{ GeV}/c^2$ το Καθιερωμένο Πρότυπο προβλέπει μέσο χρόνο ζωής περίπου $1,6 \cdot 10^{-22} \text{ s}$ [18].²⁴

Δεδομένου ότι αλληλεπιδρά με όλα τα στοιχειώδη σωματίδια με μάζα του Καθιερωμένου Προτύπου, το μποζόνιο *Higgs* εμφανίζει πολλές διαφορετικές διεργασίες μέσω των οποίων μπορεί να διασπαστεί. Κάθε μία από αυτές τις διεργασίες έχει τη δική της πιθανότητα να συμβεί και ονομάζεται «λόγος διακλάδωσης» (branching ratio).²⁵ Το Καθιερωμένο Πρότυπο προβλέπει αυτούς τους λόγους διακλάδωσης και τα στοιχεία που λαμβάνονται αποδίδονται σε γραφήματα των λόγων ως συνάρτηση της μάζας (βλέπε Εικόνα 4).

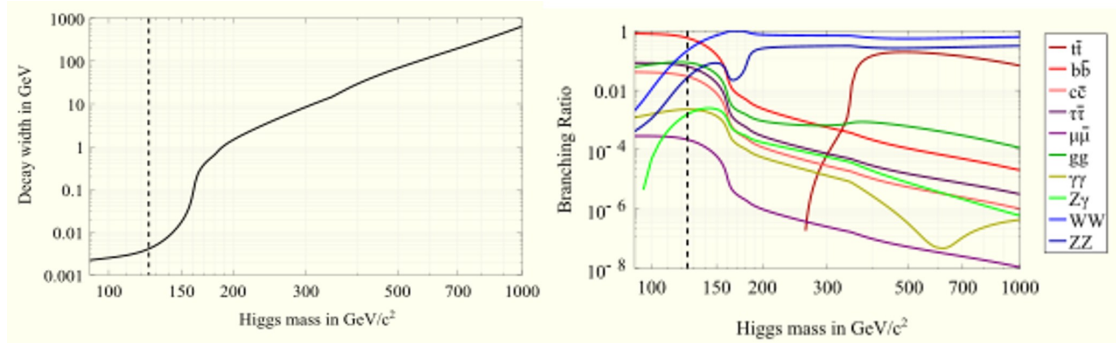
Ένας τρόπος με τον οποίο το μποζόνιο *Higgs* μπορεί να διασπασθεί είναι να χωριστεί σε ένα ζεύγος φερμιονίου-αντιφερμιονίου.

Ο γενικός κανόνας, που διέπει τις διασπάσεις του *Higgs*, είναι:

²⁴Στο καθιερωμένο πρότυπο το ολικό πλάτος διάσπασης Γ (το οποίο δείχνει πόσο πιθανή είναι η διάσπαση του σωματιδίου) του μποζονίου *Higgs* με μάζα $125 \text{ GeV}/c^2$ προβλέπεται να είναι $4,07 \cdot 10^{-3} \text{ GeV}$. Η τιμή αυτή προκύπτει από τη σχέση $\tau = \frac{\hbar}{\Gamma}$, η οποία δίνει τον μέσο χρόνο ζωής του σωματιδίου, λύνοντας ως προς το πλάτος διασπάσεως Γ και θέτοντας τις τιμές $\hbar = 6,582119 \cdot 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}$ και $\tau = 1,6 \cdot 10^{-22} \text{ s}$.

²⁵Λόγος διακλάδωσης ονομάζεται το κλάσμα του αριθμού των σωματιδίων που διασπώνται, προς τον συνολικό αριθμό των σωματιδίων που λαμβάνει χώρα σ' αυτή τη διεργασία.

«πιο πιθανόν είναι να διασπαστεί σε βαριά απ' ό,τι σε ελαφριά φερμιόνια, επειδή η μάζα ενός φερμιονίου είναι ανάλογη με το πόσο ισχυρή είναι η αλληλεπίδρασή του με το *Higgs*». (βλέπε [19], σελίδες 35-39)



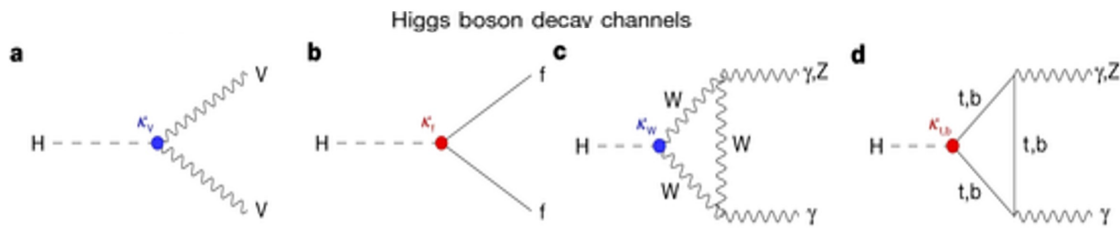
Εικόνα 4: (Αριστερά) Η πρόβλεψη του καθιερωμένου προτύπου για το πλάτος διασπάσεως του σωματιδίου *Higgs* σε συνάρτηση με την μάζα του. (Δεξιά) Η πρόβλεψη του καθιερωμένου προτύπου για τους λόγους διακλάδωσης των διαφορετικών τρόπων διάσπασης του σωματιδίου *Higgs* σε συνάρτηση με την μάζα του. Πηγή: <https://en.wikipedia.org/wiki/Higgs-boson>

Με αυτή τη λογική, η πιο κοινή διάσπαση θα πρέπει να είναι σε ένα ζεύγος *top* – *antitop* κουάρκ. Ωστόσο, μια τέτοια διάσπαση θα ήταν δυνατή μόνο εάν το *Higgs* ήταν βαρύτερο από $346\text{GeV}/c^2$, διπλάσια από τη μάζα του *top* κουάρκ. Για ένα *Higgs* μάζας ίσης με $125\text{GeV}/c^2$, το Καθιερωμένο Πρότυπο προβλέπει ότι η πιο κοινή διάσπαση είναι σε ένα ζεύγος *bottom* – *antibottom* κουάρκ, κάτι που συμβαίνει το 57,7% των περιπτώσεων (κόκκινη καμπύλη στο γράφημα της Εικόνας 4) [18],[21 (Table B.1, pp.32)]. Η δεύτερη πιο κοινή διάσπαση του *Higgs* σε φερμιόνια, σε αυτή τη μάζα, είναι ένα ζεύγος *tau* – *antitau*, η οποία συμβαίνει μόνο στο 6,3% περίπου των περιπτώσεων (σκούρα μωβ καμπύλη στο γράφημα της Εικόνας 4) [18],[21].

Μια άλλη δυνατότητα είναι να διασπαστεί το *Higgs* σε ένα ζεύγος μποζονίων βαθμίδος (gauge bosons) με μάζα. Η πιο συνηθής πιθανότητα είναι να διασπαστεί σε ένα ζεύγος μποζονίων *W* (η γαλάζια γραμμή στην γραφική παράσταση της Εικόνας 4), κάτι που συμβαίνει περίπου στο 21,5% των περιπτώσεων για ένα μποζόνιο *Higgs* με μάζα $125\text{GeV}/c^2$ [18],[21]. Εδώ θα πρέπει να τονισθεί ότι τα μποζόνια *W* στη συνέχεια διασπώνται είτε σε κουάρκ και αντικουάρκ είτε σε φορτισμένο λεπτόνιο και νεutrino. Οι διασπάσεις των μποζονίων *W* σε κουάρκ είναι δύσκολο να διακριθούν από το φόντο των ανιχνευτών ενώ οι διασπάσεις σε λεπτόνια δεν μπορούν να ανακατασκευαστούν πλήρως (επειδή τα νεutrino είναι αδύνατο να ανιχνευθούν σε πειράματα σύγκρουσης σωματιδίων). Έτσι στην περίπτωση της διάσπασης του *Higgs* σε μποζόνια *W* δεν παίρνουμε καθαρό σήμα στους ανιχνευτές. Ένα καθαρότερο σήμα δίνεται με διάσπαση σε ένα ζεύγος μποζονίων *Z* (σκούρο μπλε στην γραφική παράσταση της

Εικόνας 4), κάτι που συμβαίνει περίπου στο 2,6% των περιπτώσεων για ένα *Higgs* με μάζα $125\text{GeV}/c^2$ [18],[21]. Στην περίπτωση αυτή, καθένα από τα μποζόνια *Z*, στη συνέχεια διασπάται σε ένα ζεύγος εύκολα ανιχνεύσιμων φορτισμένων λεπτονίων (ηλεκτρόνια ή μίονια).

Η διάσπαση σε μποζόνια βαθμίδος (gauge bosons) χωρίς μάζα (γκλουόνια ή φωτόνια-σκούρα πράσινη και χρυσαφί καμπύλες αντίστοιχα) είναι επίσης δυνατή, αλλά απαιτεί ενδιάμεσο βρόχο εικονικών βαρέων κουάρκ (*top* ή *bottom*) ή μποζονίων βαθμίδος με μάζα [19]. Η πιο συνηθισμένη τέτοια διαδικασία είναι η διάσπαση σε ένα ζεύγος γκλουονίων μέσω ενός βρόχου εικονικών βαρέων κουάρκ. Αυτή η διαδικασία, η οποία είναι η αντίστροφη της διαδικασίας σύντηξης γκλουονίων που αναφέρθηκε παραπάνω [Εικόνα 3(a)], συμβαίνει περίπου στο 8,6% των περιπτώσεων για ένα *Higgs* με μάζα $125\text{GeV}/c^2$ [18],[21]. Πολύ πιο σπάνια είναι η διάσπαση σε ένα ζεύγος φωτονίων με τη μεσολάβηση ενός βρόχου μποζονίων *W* ή βαρέων κουάρκ, η οποία συμβαίνει μόνο δύο φορές για κάθε χίλιες διασπάσεις (0,2%) [18]. Ωστόσο, αυτή η διαδικασία είναι πολύ προσιτή για πειραματικές έρευνες για το μποζόνιο *Higgs*, επειδή η ενέργεια και η ορμή των φωτονίων μπορούν να μετρηθούν με μεγάλη ακρίβεια, δίνοντας μια ακριβή ανακατασκευή της μάζας του σωματιδίου που διασπάται [19].



Εικόνα 5: Το μποζόνιο *Higgs* διασπάται σε ζεύγη βαρέων μποζονίων φορέων (a), ζεύγη φερμιονίου-αντιφερμιονίου (b) και ζεύγη φωτονίων ή *Z*, γ (c,d). Πηγή: *A portrait of the Higgs boson by the CMS experiment ten years after the discovery* [21]

Το έτος 2021 παρατηρήθηκε μια εξαιρετικά σπάνια διάσπαση (Dalitz decay), σε δύο λεπτόνια (ηλεκτρόνια ή μίονια) και ένα φωτόνιο ($\ell\ell\gamma$), μέσω εικονικής διάσπασης φωτονίων. Αυτό μπορεί να συμβεί με τρεις τρόπους.

(α) *Higgs* σε εικονικό φωτόνιο και μετά σε ($\ell\ell\gamma$)

Εδώ το εικονικό φωτόνιο (γ^*) έχει πολύ μικρή αλλά μη μηδενική μάζα.

(β) *Higgs* σε *Z* και μετά σε $\ell\ell\gamma$, και τέλος

(γ) *Higgs* σε δύο λεπτόνια και μετά σε $\ell\ell\gamma$

Εδώ το ένα από τα δύο λεπτόνια εκπέμπει ένα φωτόνιο τελικής κατάστασης που οδηγεί στο $\ell\ell\gamma$.

Ο ανιχνευτής *ATLAS* αναζήτησε στοιχεία για τον πρώτο τρόπο ($H \rightarrow \gamma^*\gamma \rightarrow \ell\ell\gamma$)

σε χαμηλή μάζα διλεπτονίων ($\leq 30\text{GeV}/c^2$), όπου αυτή η διαδικασία θα πρέπει να κυριαρχεί (παρατηρήθηκαν λιγότερες από μία στις χίλιες διασπάσεις) [20]. Αυτή η διαδρομή διάσπασης είναι σημαντική επειδή διευκολύνει τη μέτρηση της μάζας του μποζονίου *Higgs* (επιτυγχάνοντας και την έμμεση μέτρηση του χρόνου διάσπασης). Η δε διάσπαση σε δύο φορτισμένα σωματίδια επιτρέπει την εξερεύνηση της σύζευξης φορτίου και της παραβίασης της ισοτιμίας φορτίου (Charge Parity-CP).

Τεχνικά Χαρακτηριστικά και Μαθηματικές Μορφές για το *Higgs*

Στο Καθιερωμένο Πρότυπο, το πεδίο *Higgs* είναι ένα βαθμωτό πεδίο τεσσάρων συστατικών το οποίο σχηματίζει μια σύνθετη διπλή συμμετρία ασθενούς ισοσπίν $SU(2)$ και ασθενούς υπερφορτίου $U(1)$, η δε μαθηματική του μορφή είναι: [βλ.[22], εξ.(21.3)]

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi^1 + i\phi^2 \\ \phi^0 + i\phi^3 \end{pmatrix} \quad (A)$$

το πεδίο έχει φορτίο $+1/2$ υπό την ασθενή συμμετρία υπερφορτίου $U(1)$ ²⁶.

Η συνάρτηση *Lagrange* για το σωματίδιο *Higgs* είναι: [βλ.[22], σελ.715, εξ.(20.111)]

$$L_H = |(\theta_\mu - igW_{\mu,\alpha}\frac{1}{2}\sigma^\alpha - i\frac{1}{2}g'B_\mu)\phi|^2 + \mu_H^2\phi^\dagger\phi - \lambda(\phi^\dagger\phi)^2 \quad (A1)$$

όπου $W_{\mu,\alpha}$ και B_μ είναι τα μποζόνια βαθμίδος των συμμετριών $SU(2)$ και $U(1)$, όπου g, g' οι αντίστοιχες τους σταθερές σύζευξης, όπου σ^α είναι οι πίνακες *Pauli*²⁷, όπου $\lambda > 0$ είναι η παράμετρος αυτοσύζευξης *Higgs*, και μ_H η παράμετρος μάζας *Higgs*. (Για τον ορισμό και την κατασκευή της συνάρτησης *Lagrange* ενός φυσικού συστήματος βλέπε στο Παράρτημα Δ)

Στο πλαίσιο κειμένου, που ακολουθεί στην επόμενη σελίδα, δίδεται η διαδικασία κάτω από την οποία προέκυψε η συνάρτηση *Lagrange* του μποζονίου *Higgs* [σχέση (A)].

Η θεμελιώδης κατάσταση του πεδίου *Higgs* (το κάτω μέρος του δυναμικού) είναι εκφυλισμένη με διαφορετικές θεμελιώδεις καταστάσεις, που σχετίζονται μεταξύ τους με μετασχηματισμό βαθμίδος $SU(2)$. Είναι πάντα δυνατό να επιλεγεί ένας τέτοιος μετασχηματισμός έτσι ώστε στη θεμελιώδη κατάσταση να είναι: $\phi^1 = \phi^2 = \phi^3 = 0$.

²⁶Εδώ χρησιμοποιείται η σύμβαση όπου το ηλ. φορτίο Q , το ασθενές ισοσπιν, T_3 και η ασθενής υπερφόρτιση Y_W , συνδέονται με τη σχέση $Q = T_3 + Y_W$. (βλέπε[22], Κεφ. 20, σελ.702, εξ. 20.69) Σε διάφορα άρθρα χρησιμοποιείται η σύμβαση $Q = T_3 + \frac{1}{2}Y_W$. (βλέπε [23],[24])

²⁷Οι πίνακες *Pauli* είναι ένα πλήρες σύνολο γεννητριών της συμμετρίας $SU(2)$.

Εμφανίζονται στην εξίσωση *Pauli*, η οποία λαμβάνει υπόψη την αλληλεπίδραση του σπιν ενός σωματιδίου με ένα εξωτερικό ηλεκτρομαγνητικό πεδίο.

Οι πίνακες *Pauli* είναι οι: $\sigma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ και $\sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Οι τέσσερις πίνακες αποτελούν μία βάση του πραγματικού διανυσματικού χώρου των πινάκων 2×2 . Αυτό σημαίνει ότι κάθε στοιχείο του διανυσματικού χώρου των πινάκων 2×2 μπορεί να γραφτεί με μοναδικό τρόπο ως γραμμικός συνδυασμός των πινάκων *Pauli*. Τα προϊόντα αυτών των πινάκων ικανοποιούν την ταυτότητα $\sigma^i\sigma^j = \delta^{ij} + i\epsilon^{ijk}\sigma^k$ (βλ.[22], σελ.xx - Notations & Conventions).

Πώς προκύπτει η συνάρτηση *Lagrange* του μποζονίου *Higgs*

Στο βαθμωτό πεδίο ϕ που εισάγαμε με την (A), από την τιμή προσδοκίας κενού δημιουργήθηκε μια $U(1)_{em}$ συμμετρία σύμφωνα με το μοτίβο:

$$SU(2) \times U(1) \xrightarrow{\langle \phi_0 \rangle} U(1)_{em}$$

Από αυτό το σπάσιμο της συμμετρίας προκύπτει μάζα για τα τρία από τα τέσσερα εμφανιζόμενα μποζόνια βαθμίδας (gauge bosons) ενώ το τέταρτο που αντιστοιχεί σε φωτόνιο παραμένει χωρίς μάζα. Η πλήρης Λαγκρανζιανή συναλλοίωτης βαθμίδας (συμπεριλαμβανομένων και των βαθμωτών πεδίων) θα είναι:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + L_4$$

Το μέρος της Λαγκρανζιανής που αφορά το μποζόνιο *Higgs* είναι η

$$L_3 = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi)$$

όπου $D_\mu \phi = (\partial_\mu - \frac{1}{2}igA_\mu\sigma^\alpha - \frac{1}{2}ig'B_\mu)\phi$ και $V(\phi) = -\mu^2\phi^\dagger\phi + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2$. [βλέπε[25], σελ.349, εξ.(11.59),(11.60),(11.61)].

Άρα η Λαγκρανζιανή του *Higgs* γράφεται:

$$L_3 = (D_\mu \phi)^2 - V(\phi) \Leftrightarrow$$

$$L_3 = (\partial_\mu - \frac{1}{2}igA_\mu\sigma^\alpha - \frac{1}{2}ig'B_\mu)^2\phi^2 + \mu^2\phi^\dagger\phi - \lambda(\phi^\dagger\phi)^2$$

Αν αντικαταστήσουμε το A_μ με $W_{\mu,\alpha}$ παίρνουμε για τη συνάρτηση *Lagrange* τη σχέση (A1) που θέλαμε.

Η ελαχιστοποίηση του θετικού δυναμικού $V(\phi)$ γίνεται, όπως είναι φυσικό για μια θετική ποσότητα, με τον μηδενισμό του, δηλαδή

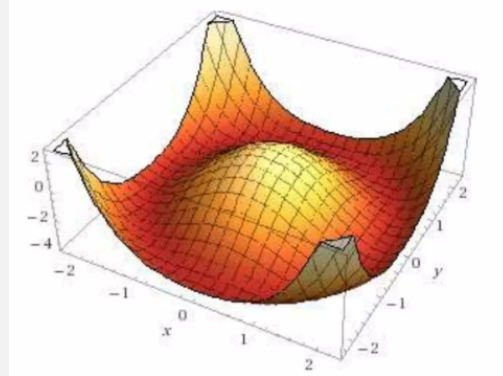
για $V(\phi) = 0$. Το δυναμικό όμως μηδενίζεται (α) όταν $\phi^2 = \phi^\dagger\phi = 0$ δηλαδή $|\phi| = 0$ και (β) όταν $\phi^\dagger\phi = \phi^2 = \frac{\mu^2}{\lambda}$ ή $|\phi| = (\frac{\mu^2}{\lambda})^{\frac{1}{2}}$. Η μέση τιμή αυτών των δύο τιμών είναι

$$|\langle \phi \rangle|^2 = \frac{0 + \frac{\mu^2}{\lambda}}{2} = \frac{\mu^2}{2\lambda}$$

Άρα η μέση αναμενόμενη τιμή του πεδίου στα σημεία που το δυναμικό του μηδενίζεται (τιμή προσδοκίας κενού) είναι:

$$|\phi| = v/\sqrt{2} \text{ όπου } v = (\frac{\mu^2}{\lambda})^{\frac{1}{2}}$$

Αυτό σημαίνει ότι στο κάτω μέρος (κάτω περιφέρεια του καπέλου) της γραφικής παράστασης (Εικόνα πλαισίου κειμένου), που παρουσιάζεται το ελάχιστο του δυναμικού, έχουμε το σπάσιμο της συμμετρίας $SU(2) \times U(1)$ και το μποζόνιο *Higgs* εμφανίζει μάζα.



Εικ. Πλαισίου: Το δυναμικό του βαθμωτού πεδίου μηδενίζεται στη βάση της γραφικής παράστασης (κάτω περιφέρεια καπέλου), στην κορυφή του καπέλου το σημείο παρουσιάζει μη μηδενικό δυναμικό είναι ασταθές και η συμμετρία σπάει αυθόρμητα.

Επειδή στην Λαγκρανζιανή (A1) είναι $\lambda > 0$ και $\mu_H^2 > 0$, η θεμελιώδης κατάσταση σπάει αυθόρμητα τη συμμετρία $SU(2)$.²⁸ Αυτό συμβαίνει διότι το βαθμωτό πεδίο ϕ

²⁸Το βαθμωτό πεδίο ϕ έχει δυναμικό της μορφής $u(\phi) = \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 + V(\phi)$ και επειδή ο όρος $(\nabla\phi)^2$ είναι μη αρνητικός το δυναμικό $u(\phi)$ παίρνει την ελάχιστη τιμή όταν $\nabla\phi = 0$ και ταυτόχρονα ελαχιστοποιείται ο θετικός όρος του δυναμικού $V(\phi)$. (βλέπε[25], σελ.146) Για το σπάσιμο της συμμετρίας το βαθμωτό δυναμικό περιγράφεται από τη σχέση $V(\phi) = -\mu^2\phi^2 + \lambda(\phi^2)^2$ (σχέση 8.115 του [25]), οπότε η ελαχιστοποίηση του θετικού δυναμικού γίνεται με τον μηδενισμό του, που

αναπτύσσει μία $U(1)_{em}$ συμμετρία από την τιμή προσδοκίας κενού²⁹ $\langle\phi_0\rangle$, ώστε να έχουμε το παρακάτω μοτίβο σπάσιμου της συμμετρίας (βλέπε [25], σελ.348-349):

$$SU(2) \times U(1) \xrightarrow{\langle\phi_0\rangle} U(1)_{em}$$

Αυτό το σπάσιμο της συμμετρίας περιστρέφει το πρωτότυπο W_0 και B_0 διανυσματικό επίπεδο μποζονίου, δίνοντας ως αποτέλεσμα το Z_0 μποζόνιο και ένα φωτόνιο.

Τρία από τα αρχικά τέσσερα μποζόνια βαθμίδος της συμμετρίας $SU(2) \times U(1)$ αποκτούν μάζα ενώ το ένα, που αντιστοιχεί στα φωτόνια, παραμένει χωρίς μάζα.

Η αναμενόμενη τιμή του ϕ^0 , λόγω σπασίματος της συμμετρίας, στη θεμελιώδη κατάσταση (τιμή προσδοκίας κενού) είναι: $\langle\phi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}v$, όπου $v = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}|\mu_H|$. (βλέπε [25], σελ.245 και [19], σελ.6)

Η μετρούμενη τιμή αυτής της παραμέτρου είναι $\sim 246\text{GeV}$ (βλέπε [19], σελ.6), έχει μονάδες μάζας και είναι η μόνη ελεύθερη παράμετρος του Καθιερωμένου Προτύπου που δεν είναι αδιάστατος αριθμός.

Τα τρία μποζόνια βαθμίδος που αποκτούν μάζα είναι τα μποζόνια W και Z , καθώς και το μποζόνιο $Higgs$. Οι τετραγωνικοί αριθμοί W_μ και B_μ που εμφανίζονται στη συνάρτηση *Lagrange* δίνουν μάζα στα μποζόνια W και Z .

-Στο μποζόνιο W η αποκτηθείσα μάζα είναι:

$$m_W = \frac{1}{2}v|g|$$

-Στο μποζόνιο Z είναι:

$$m_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2}$$

(βλέπε [23], Κεφ.20, σελ.701, εξ.20.60)

Η αναλογία των μαζών m_W και m_Z καθορίζει την «γωνία *Weinberg*»³⁰.

δίνει τις τιμές $|\langle\phi_0\rangle| = v/\sqrt{2}$ και $v = \mu/\sqrt{\lambda}$. (βλέπε [25], σελ.245)

²⁹Στην κβαντική θεωρία πεδίου η τιμή προσδοκίας κενού (vacuum expectation value-VEV) ενός τελεστή O είναι ο μέσος, ή η προσδοκώμενη τιμή του στο κενό και συνήθως συμβολίζεται με $\langle O \rangle$. Το πιο ευρέως γνωστό παράδειγμα παρατηρήσιμου φυσικού αποτελέσματος, που προκύπτει από την τιμή προσδοκίας κενού ενός τελεστή, είναι το φαινόμενο (ή δύναμη) *Casimir*. Είναι μια φυσική δύναμη η οποία δρα στα μακροσκοπικά όρια ενός περιορισμένου χώρου, η οποία προκύπτει από τις κβαντικές διακυμάνσεις ενός πεδίου.

³⁰Η «γωνία *Weinberg*» ή αλλιώς «weak mixing angle» είναι μια παράμετρος στη θεωρία της ηλεκτροασθενούς αλληλεπιδράσεως, μέρος του Καθιερωμένου Μοντέλου, και συνήθως συμβολίζεται ως θ_W . Είναι η γωνία με την οποία το αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας περιστρέφει το αρχικό διανυσματικό επίπεδο μποζονίων W_0 και B_0 , παράγοντας ως αποτέλεσμα το μαζικό Z_0 μποζόνιο και το άμαζο φωτόνιο. Η μετρούμενη τιμή του είναι ελαφρώς κάτω από 30° , αλλά ποικίλλει επίσης, πολύ ελαφρώς αυξανόμενη, ανάλογα με το πόσο υψηλή είναι η σχετική ορμή των σωματιδίων που εμπλέκονται στην αλληλεπίδραση για την οποία χρησιμοποιείται η γωνία. Ο αλγεβρικός τύπος της περιστροφής του αρχικού διανυσματικού επιπέδου μποζονίων W_0 και B_0 που αυθορμητώς παράγει το

Συγκεκριμένα για τη γωνία *Weinberg* έχουμε τη σχέση: $\cos \theta_W = \frac{m_W}{m_Z} = \frac{|g|}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$
 -Τέλος στο μποζόνιο *Higgs* η μάζα που εμφανίζεται είναι:

$$m_H = \sqrt{2\mu_H^2} \equiv \sqrt{2\lambda v^2}.$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

- «Α» Συμμετρίες
- «Β» Αυθόρμητο Σπάσιμο της Συμμετρίας και Μηχανισμός *Higgs*
- «Γ» Διαγράμματα *Feynman*
- «Δ» Πώς Κατασκευάζεται η Συνάρτηση *Lagrange*

μποζόνιο Z^0 εκφράζεται από τη σχέση: $\begin{pmatrix} \gamma \\ Z^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B^0 \\ W^0 \end{pmatrix}$. Πράγματι πρόκειται για μια στροφή του αρχικού επιπέδου, αφού ο πολλαπλασιασμός του επιπέδου των μποζονίων W_0 και B_0 με τον πίνακα $\begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix}$ σύμφωνα με την άλγεβρα πινάκων παριστάνει μία στροφή.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α (Συμμετρίες)

«Δεν είναι υπερβολικό να πούμε ότι η φυσική είναι η μελέτη της συμμετρίας»[26]
Philip Anderson, Nobel Prize Physics

Ο επιστημονικός της ορισμός της Συμμετρίας είναι ο παρακάτω:

«Συμμετρία είναι η ιδιότητα ενός αντικειμένου ή συστήματος, να παραμένει αναλλοίωτη μετά από ένα σύνολο αλλαγών (μετασχηματισμών)»

Δύο είναι οι μεγάλες κατηγορίες συμμετρίας που συναντάμε στη φύση:

- οι «συνεχείς συμμετρίες» (σ' αυτές ανήκουν π.χ. οι περιστροφές) και
- οι «διακριτές συμμετρίες» (σ' αυτές ανήκουν οι ανακλάσεις).

ΣΥΝΕΧΕΙΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΕΣ

Στις συνεχείς συμμετρίες ανήκουν η «Περιστροφή», η «Μετακίνηση στον χώρο», η «Μεταφορά στον χρόνο» και η «Τοπική Συμμετρία Βαθμίδος»

Περιστροφή

Μπορούμε να περιστρέψουμε μια σφαίρα (ή έναν κύκλο) περί την διάμετρό της και αυτή είναι μια πράξη συμμετρίας. Μετά από αυτή την περιστροφή (που συχνά ονομάζεται «μετασχηματισμός») η εμφάνιση της σφαίρας ή του κύκλου δεν αλλάξει. Λέμε ότι η σφαίρα είναι «αναλλοίωτος» στον μετασχηματισμό της περιστροφής. Κάθε μαθηματική περιγραφή που χρησιμοποιούμε για τη σφαίρα παραμένει «αναλλοίωτη» σ' αυτή την περιστροφή. Προφανώς υπάρχουν άπειρες πράξεις συμμετρίας, που μπορούμε να εκτελέσουμε πάνω σ' ένα κύκλο ή μια σφαίρα. Ο νόμος διατήρησης που αντιστοιχεί στη στροφική αυτή συμμετρία, σύμφωνα με το θεώρημα της *Noether* είναι η «Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής».

Μετατόπιση στο Χώρο

Ένα φυσικό σύστημα (π.χ ένας χάρακας) μπορεί απλά να μετατοπιστεί από τη μια θέση στην άλλη στο χώρο. Αυτό ονομάζεται «χωρική μετατόπιση». Προφανώς καθώς εκτελούμε αυτή τη μεταφορά οι ιδιότητές (όπως το μήκος, το υλικό, τα άτομα, η διάταξή τους σε μόρια) του χάρακα (φυσικού συστήματος) δεν αλλάζουν. ο νόμος διατήρησης που αντιστοιχεί στη μεταφορική συμμετρία στο χώρο, είναι η «Αρχή Διατήρησης της Ορμής».

Μεταφορά στο Χρόνο

Παρατηρούμε επίσης ότι, το μήκος του χάρακα μπορεί να μετρηθεί τώρα, αύριο ή χθες, και υπό την προϋπόθεση ότι τα άκρα του μετρούνται ταυτόχρονα, το αποτέλεσμα της μέτρησης θα είναι το ίδιο. Οι νόμοι του Νεύτωνα ξέρουμε ότι δεν κάνουν διάκριση ανάμεσα στο παρελθόν και στο μέλλον και ο χρόνος μπορεί αδιάκριτα να ρέει προς οποιαδήποτε κατεύθυνση. Επομένως μια σημαντική συμμετρία της φύσης είναι ότι οι νόμοι της φυσικής είναι αναλλοίωτοι στη μεταφορά στο χρόνο. Ο νόμος διατήρησης που αντιστοιχεί στη χρονική μεταφορική συμμετρία, είναι η «Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας».

Τοπική Συμμετρία Βαθμίδος

Τέλος η κυματοσυνάρτηση $\Psi(x, t)$ ενός σωματιδίου, που όπως ξέρουμε είναι μια μιγαδική συνάρτηση και το τετράγωνο της απόλυτης τιμής της μας δίνει την πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο σε κάποιο δοσμένο σημείο στο χώρο και κάποια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, αποτελεί έναν συνεχή μετασχηματισμό συμμετρίας. Έτσι αν πολλαπλασιάσουμε την κυματοσυνάρτηση του ηλεκτρονίου μ' ένα μιγαδικό παράγοντα φάσης $e^{i\theta}$, η πιθανότητα να βρεθεί το ηλεκτρόνιο στην θέση x μετά τον πολλαπλασιασμό, είναι όση και πριν. Πράγματι το τετράγωνο της νέας κυματοσυνάρτησης θα είναι:

$$|e^{i\theta}\Psi(x)|^2 = |e^{i\theta}|^2|\Psi(x)|^2 = |\Psi(x)|^2 \quad (1)$$

ίσο με το τετράγωνο της αρχικής κυματοσυνάρτησης (πριν τον πολλαπλασιασμό με τον μιγαδικό παράγοντα), διότι είναι³¹:

$$|e^{i\theta}| = |\cos \theta + i \sin \theta| = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

Αυτό σημαίνει ότι η πιθανότητα να βρεθεί ένα σωματίδιο κατά τη χρονική στιγμή t στη θέση x (η οποία όπως είπαμε εκφράζεται από το τετράγωνο του μέτρου της κυματοσυναρτήσεως $|\Psi(x, t)|^2$) αποτελεί, σύμφωνα με τη σχέση (1), μία πράξη συνεχούς συμμετρίας. Ο νόμος διατήρησης που αντιστοιχεί στη συμμετρία αυτή είναι «Αρχή Διατηρήσεως του Ηλεκτρικού Φορτίου».

ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΕΣ

Στις διακριτές συμμετρίες ανήκουν η «Συμμετρία Ανταλλαγής», η «Κατοπτρική Συμμετρία (*parity*)», η «Χειρόμορφη Συμμετρία (*chirality*)», η «Συμμετρία Αντιστροφής του Χρόνου (*TimeT*)» και η «Συμμετρία Αντιστροφής Φορτίου (*ChargeC*)»

Συμμετρία Ανταλλαγής

Σύμφωνα με τη συμμετρία ανταλλαγής η φύση δεν ξεχωρίζει τα διαφορετικά σωματίδια του ίδιου είδους. Θα μπορούσαν συνεπώς, δυο ηλεκτρόνια ή δυο πρωτόνια ή δυο νετρόνια να αντιμετωπιστούν και το σύστημα που τα περιλαμβάνει να μείνει αναλλοίωτο. Σε κβαντομηχανικό επίπεδο αυτό εκφράζεται με το γεγονός ότι η κυματοσυνάρτηση του συστήματος μετά την ανταλλαγή, πρέπει να μη διακρίνεται από την αρχική, δηλαδή:

$$\Psi(x_2, x_1, t) = \pm \Psi(x_1, x_2, t)$$

Το ότι η κυματοσυνάρτηση μετά την ανταλλαγή θέσεως των δύο σωματιδίων ισούται με $+$ ή $-$ την αρχική, οφείλεται στο ότι η πιθανότητα εύρεσης του κάθε σωματιδίου είναι το τετράγωνο της απόλυτης τιμής της, και έτσι δεν μας ενδιαφέρει το πρόσημο. Τα πρόσημα όμως έχουν μια βαθύτερη σημασία. Το πρόσημο $(+)$ δηλώνει μία

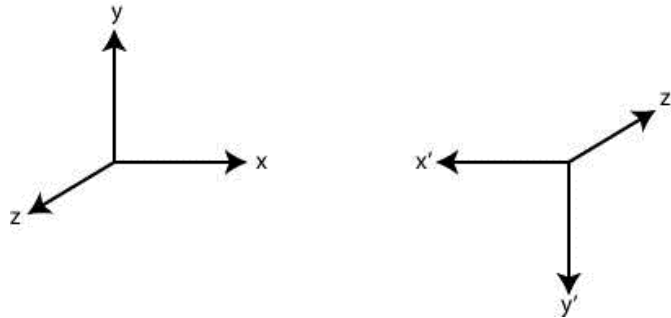
³¹Εδώ πρέπει να θυμίσουμε ότι σύμφωνα με τον τύπο του *Euler* είναι $|e^{i\theta}| = |\cos \theta + i \sin \theta|$ και ότι για το μέτρο ενός μιγαδικού αριθμού $z = a + ib$ είναι $|z| = a^2 + b^2$ (βλέπε [27], σελ.2,3 και [28], σελ. 9).

κατηγορία σωματιδίων που ονομάζονται «Μποζόνια» και σ' αυτά ανήκουν όσα χαρακτηρίζονται από ακέραιο σπιν ($0, 1, 2, \dots$), όπως τα φωτόνια. Από την άλλη το πρόσημο $(-)$ δηλώνει μια κατηγορία σωματιδίων που ονομάζονται «Φερμιόνια», και σ' αυτά ανήκουν όσα χαρακτηρίζονται από ημιακέραιο σπιν, ($1/2, 3/2, 5/2, \dots$), όπως τα ηλεκτρόνια. Η βασική διαφορά ανάμεσα στις δύο αυτές κατηγορίες σωματιδίων είναι ότι δυο ή περισσότερα μποζόνια μπορούν να βρίσκονται στο ίδιο σημείο του χώρου ($x_1 = x = x_2$) την ίδια χρονική στιγμή t , δηλαδή το τετράγωνο της κυματοσυνάρτησης $\Psi(x, x, t)$ δεν είναι μηδέν³² ($|\Psi(x, x, t)|^2 \neq 0$). Άρα τα μποζόνια μπορούν να συμπυκνώνονται σε σύμφωνες καταστάσεις. Αυτές οι συμπυκνώσεις μποζονίων ονομάζονται «Συμπυκνώσεις κατά *Bose – Einstein*», και εμφανίζονται σε πολλές περιπτώσεις στη φύση.

Αντίθετα, δυο ή περισσότερα ίδια φερμιόνια ΔΕΝ μπορούν να βρίσκονται στο ίδιο σημείο του χώρου ($x_1 = x = x_2$) την ίδια χρονική στιγμή t , δεν μπορούν με άλλα λόγια να καταλαμβάνουν την ίδια κβαντική κατάσταση³³, δηλαδή το τετράγωνο της κυματοσυνάρτησης $\Psi(x, x, t)$ (πιθανότητα συνύπαρξης δύο φερμιονίων στην ίδια θέση την ίδια χρονική στιγμή) είναι μηδέν ($|\Psi(x, x, t)|^2 = 0$).

«Κατοπτρική Συμμετρία (*Parity*)»

Ένας μετασχηματισμός ισοτιμίας είναι η ανατροπή στο πρόσημο μιας χωρικής συντεταγμένης. Σε τρεις διαστάσεις, μπορεί επίσης να αναφέρεται στην ταυτόχρονη ανατροπή στο πρόσημο και των τριών χωρικών συντεταγμένων (Εικόνα 6).



Εικόνα 6: Το ορθογώνιο σύστημα (x, y, z) αριστερά, με ένα μετασχηματισμό τύπου *parity* (κατοπτρικό) μας δίνει ένα νέο ορθογώνιο σύστημα (x', y', z') δεξιά.

Στη γεωμετρία η ομοτιμία (*parity*) είναι η συμμετρία με την οποία αντικατοπτρίζουμε τα πάντα στις χωρικές διαστάσεις. Για παράδειγμα ένα ορθογώνιο σύστημα

³²Θυμίζουμε ότι το τετράγωνο της κυματοσυνάρτησης $\Psi(x, x, t)$ εκφράζει την πιθανότητα δύο σωματίδια (μποζόνια) να βρίσκονται στην ίδια θέση x .

³³Αυτή η ιδιότητα είναι γνωστή ως η «Απαγορευτική αρχή του *Pauli*», και που τελικά αποδεικνύεται ότι δεν είναι τίποτα περισσότερο από την συμπεριφορά που επιβάλλεται στα φερμιόνια λόγω βασικών συμμετριών του φυσικού κόσμου και είναι υπεύθυνη για τη σταθερότητα της ύλης, τη συγκρότηση των ατόμων και τη κατασκευή του περιοδικού πίνακα.

(x, y, z) , με ένα μετασχηματισμό τύπου *parity* (κατοπτρικό) μας δίνει ένα νέο ορθογώνιο σύστημα $(x', y', z') = (-x, -y, -z)$. (βλέπε Εικόνα 6)

Όταν βλέπουμε το είδωλο οποιουδήποτε πράγματος στον καθρέφτη δεν μπορούμε να το ξεχωρίσουμε από το πραγματικό αντικείμενο. Μπορούμε να πούμε, ότι, κάθε σημείο στα αριστερά του αντικειμένου, απεικονίζεται σ' ένα σημείο στα δεξιά του ειδώλου και αντιστρόφως [Εικόνα 7 (δεξιά)].

Στη φυσική τέλος, όλες οι θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις των στοιχειωδών σωματιδίων, με εξαίρεση την ασθενή αλληλεπίδραση, είναι συμμετρικές υπό ισοτιμία.



Εικόνα 7: (Αριστερά) Ο μετασχηματισμός τύπου *parity* ενός αριστερόστροφου ηλεκτρονίου μας δίνει ένα ηλεκτρόνιο με αντίθετο σπιν (δεξιόστροφο). Η φύση, όπως έδειξαν οι Tsung Dao Lee και Chen Ning Yang, δεν υπακούει στον μετασχηματισμό *parity* αλλά τα ηλεκτρόνια προτιμούν τη μία κατεύθυνση (αριστ/φου σπιν). (Δεξιά) Κάθε σημείο στα αριστερά του αντικειμένου, απεικονίζεται σ' ένα σημείο στα δεξιά του ειδώλου και αντιστρόφως.

Μέχρι το 1956 το αναλλοίωτο στον κατοπτρισμό θεωρούνταν ότι αποτελεί παγκόσμιο νόμο. Πιστεύονταν ότι η φύση ακολουθούσε τη συμμετρία κατόπτρου, όπως και τις άλλες αρχές της συμμετρίας. Στα 1956 οι Κινεζοαμερικανοί φυσικοί Tsung Dao Lee και Chen Ning Yang πρότειναν μια σειρά πειραμάτων για να εξετάσουν τη συμμετρία κατόπτρου³⁴. Στα πειράματα η διάσπαση του πυρήνα του ραδιενεργού στοιχείου κοβάλτιο-60, αποκάλυψε ότι δεν ακολουθούσε τις αρχές της συμμετρίας κατόπτρου. Η συμμετρία έσπασε όταν τα ηλεκτρόνια που εξήλθαν από τον πυρήνα του κοβαλτίου προτίμησαν τη μία κατεύθυνση (αριστερόστροφου σπιν) αντί για την άλλη.

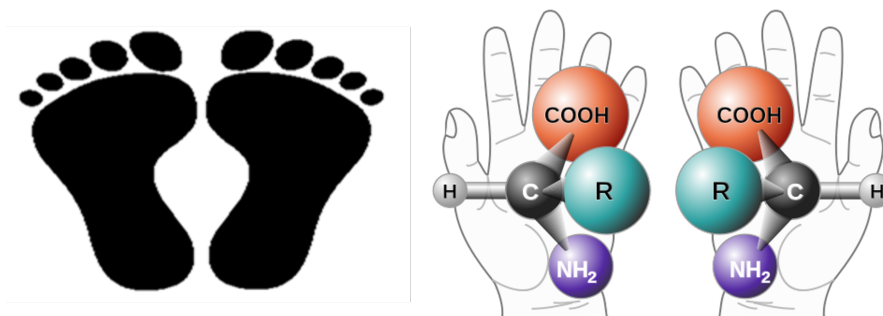
«Χειρόμορφη Συμμετρία (*chirality*)»

Στη γεωμετρία, ένα σχήμα είναι χειρόμορφο (έχει χειραλικότητα) εάν δεν είναι πανομοιότυπο με το κατοπτρικό του είδωλο ή, πιο συγκεκριμένα, εάν δεν μπορεί να αντιστοιχιστεί στο κατοπτρικό του είδωλο μόνο με περιστροφές και μετακινήσεις. Χειρόμορφα παραδείγματα από την καθημερινή ζωή είναι το δεξί και το αριστερό χέρι,

³⁴Οι δύο φυσικοί Tsung Dao Lee (1926-σήμερα 97 ετών) και Chen Ning Yang (1922-σήμερα 101 ετών) στα 1957 κέρδισαν το Νόμπελ φυσικής για την εργασία τους σχετικά με την παραβίαση του νόμου περί συμμετρίας *parity* στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις

το δεξί και το αριστερό πόδι ή δύο κελύφη σαλιγκαριών το ένα δεξιόστροφο το άλλο αριστερόστροφο.

Ένα χειρόμορφο αντικείμενο και η κατοπτρική του εικόνα λέγεται ότι είναι εναντιόμορφα. Η λέξη *chiral* προέρχεται από το ελληνικό «χείρ» (το χέρι, το πιο οικείο χειρόμορφο αντικείμενο), ενώ η λέξη εναντιόμορφο προέρχεται από το ελληνικό «έναντιος» (απέναντι) + «μορφή». Γενικά ένα αντικείμενο είναι ακριβώς τότε χειρόμορφο,



Εικόνα 8: (Αριστερά) Το αποτύπωμα του πέλματος εδώ δείχνει χειραλικότητα. Τα μεμονωμένα αριστερά και δεξιά αποτυπώματα είναι χειρόμορφα, εναντιόμορφα σε ένα επίπεδο επειδή είναι κατοπτρικά είδωλα ενώ δεν περιέχουν κατοπτρική συμμετρία μεμονωμένα. (Δεξιά) Διάταξη ατόμων στα δύο εναντιομερή ενός χειρόμορφου μορίου (αμινοξύ), σε αντιστοιχία με την διάταξη των δακτύλων στα δύο χέρια. Η χειρομορφία συνίσταται στο ότι πρόκειται περί κατοπτρικών ειδώλων, τα οποία όμως δεν συμπίπτουν αν μετατεθούν το ένα πάνω στο άλλο.

όταν δεν υπάρχει άξονας περιστροφής, που να είναι συγχρόνως άξονας συμμετρίας. Με άλλα λόγια ένα χειρόμορφο φαινόμενο είναι αυτό που δεν είναι πανομοιότυπο με την κατοπτρική του εικόνα.

Και ένα τελευταίο παράδειγμα από τη Χημεία, στο μόριο του αμινοξέος της Εικόνας 8 (δεξιά), η χειρομορφία συνίσταται στο ότι πρόκειται περί κατοπτρικών ειδώλων, τα οποία όμως δεν συμπίπτουν αν μετατεθούν το ένα πάνω στο άλλο.

Το σπιν ενός σωματιδίου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ορίσει μια «στροφή ή ελίκωση» (*helicity*) (βλέπε παρακάτω) για αυτό το σωματίδιο, η οποία, στην περίπτωση ενός σωματιδίου χωρίς μάζα, είναι ίδια με τη χειραλικότητα.

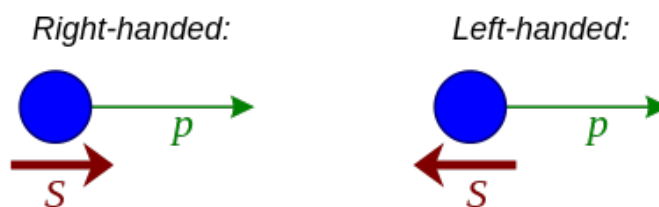
«Ελικότητα (*helicity*)»

Ένα άλλο είδος συμμετρίας, στενά συνδεδεμένο με την χειραλικότητα είναι η ελικότητα. Θα μπορούσαμε να την ονομάσουμε συμμετρία της περιστροφής.

Μαθηματικά, η ελικότητα είναι το σημάδι της προβολής του διανύσματος σπιν στο διάνυσμα της ορμής: «αριστερά» είναι αρνητικό, και «δεξιά» θετικό.

Έτσι η ελικότητα ενός σωματιδίου είναι «θετική» εάν η κατεύθυνση του σπιν του είναι

ίδια με την κατεύθυνση της κίνησής του, ενώ είναι «αρνητική» εάν οι κατευθύνσεις περιστροφής και κίνησης είναι αντίθετες. (Εικόνα 9)



Εικόνα 9: (Αριστερά) Το σωματίδιο έχει δεξιόστροφο σπιν [κόκκινο διανυσμα S] και κινείται δεξιά [διάνυσμα της ορμής p], έχει θετική ελικότητα. (Δεξιά) Το σωματίδιο έχει αριστερόστροφο σπιν [κόκκινο διανυσμα S] και κινείται δεξιά [διάνυσμα της ορμής p], έχει αρνητική ελικότητα.

Συμμετρία Αντιστροφής του Χρόνου ($TimeT$)

Η συμμετρία αυτή εξετάζει την επίδραση της αντιστροφής της φοράς της ροής του χρόνου στους νόμους της φυσικής. Οι νόμοι του Νεύτωνα δεν κάνουν διάκριση ανάμεσα στο παρελθόν και στο μέλλον και ο χρόνος μπορεί αδιάκριτα να ρέει προς οποιαδήποτε κατεύθυνση. Στα απλά συστήματα, όπως είναι τα σωματίδια και οι αντιδράσεις τους, φαίνεται ότι η συμμετρία αυτή ισχύει. Στα σύνθετα όμως συστήματα, όπως οι άνθρωποι και τα πράγματα που μας περιβάλλουν, είναι προφανές ότι **η ροή του χρόνου έχει συγκεκριμένη κατεύθυνση**. Για παράδειγμα όλοι γερνάμε και τελικά πεθαίνουμε και όλα τα πράγματα σταδιακά αλλοιώνονται και τελικά χαλάνε. Αν ίσχυε η συμμετρία αντιστροφής του χρόνου, δηλαδή αν ήταν δυνατό να αντιστραφεί η κατεύθυνση του χρόνου πολλά γεγονότα θα φαινόνταν περίεργα. Η βροχή θα μπορούσε να πηγαίνει προς τα πάνω. Επίσης κομμάτια από ένα σπασμένο ποτήρι το οποίο είχε πέσει από το τραπέζι θα μπορούσαν να συνενωθούν με καταπληκτική ακρίβεια και το ποτήρι να επιστρέψει στο τραπέζι μετά από μια τέτοια αντιστροφή. Με άλλα λόγια και με όρους θερμοδυναμικής, στην χρονική αντιστροφή η εντροπία δεν θα αυξανόταν, αλλά θα μπορούσε να μειώνεται, πράγμα που γνωρίζουμε ότι δεν συμβαίνει. Η αναπόφευκτη ερώτηση είναι, γιατί τα σύνθετα συστήματα εμφανίζουν προτιμητέα διεύθυνση στο χρόνο ενώ τα στοιχειώδη συστατικά τους όχι;

Συμμετρία Αντιστροφής του Φορτίου ($ChargeC$)

Η συμμετρία αντιστροφής του φορτίου μας λέει π.χ ότι σε ένα άτομο υδρογόνου αν αντιστρέψουμε τα φορτία, μπορούμε να έχουμε ένα αρνητικά φορτισμένο πυρήνα και ένα θετικά φορτισμένο περιφερόμενο ηλεκτρόνιο και αυτό θα μπορούσε να συμβεί επειδή η δύναμη μεταξύ τους θα παρέμενε η ίδια. Το αναλλοίωτο σ' αυτή τη περίπτωση θα σήμαινε, ότι και τα δυο συστήματα θα είχαν τις ίδιες φυσικές ιδιότητες. Όμως επιβεβαιώθηκε πειραματικά, ότι και αυτή η συμμετρία παραβιάζεται κατά την ασθενή αλληλεπίδραση. Σε μια τέτοια αντιστροφή φορτίου τα κουάρκ με φορτίο $+2/3$ θα άλλαζαν σε κουάρκ με φορτίο $-2/3$ φαινόμενο που δεν παρατηρείται πουνενά.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

(Αυθόρμητο Σπάσιμο της Συμμετρίας και Μηχανισμός *Higgs*)

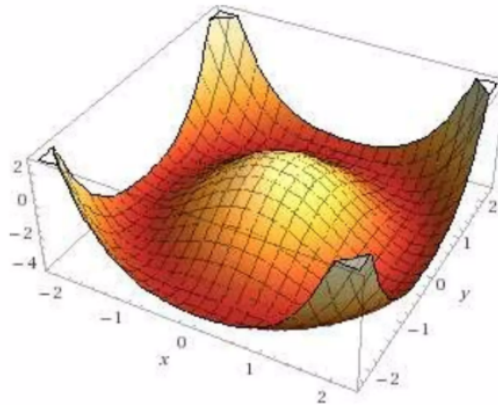
Εφόσον η πλήρης συμμετρία $SU(2) \times U(1)$ οδηγεί σε σωματίδια χωρίς μάζα, για να οδηγηθούμε στην έννοια της μάζας θα πρέπει να επινοήσουμε το σπάσιμο (έστω τοπικό) της συμμετρίας. Ας δούμε παρακάτω την μαθηματική ανάλυση αυτού που ονομάζουμε «Αυθόρμητο Σπάσιμο της Συμμετρίας».

Θεωρούμε το ακόλουθο δυναμικό:

$$V(x, y) = -\frac{1}{2}\mu^2(x^2 + y^2) + \frac{1}{4}\lambda^2(x^2 + y^2)^2 \quad (1)$$

Το παραπάνω δυναμικό μοιάζει με εκείνο του διδιάστατου μη αρμονικού ταλαντωτή, με τη διαφορά στο πρόσημο του πρώτου όρου $[\frac{1}{2}\mu^2(x^2 + y^2)]$ που αντί για $(-)$ είναι $(+)$.³⁵

Στο σχήμα της Εικόνας 10 δίδεται η τριδιάστατη γραφική παράσταση του δυναμικού της σχέσης (1).



Εικόνα 10: Η γραφική παράσταση του δυναμικού (1) για $\mu = 2$ και $\lambda = 1$ [η απόδοση της γραφικής παράστασης έγινε με τη βοήθεια του *Mathematica*].

Με μια πρώτη ματιά, από το σχήμα της Εικόνας 10, παρατηρούμε ότι το δυναμικό παρουσιάζει ένα τοπικό μέγιστο στη θέση $(0,0)$, και τοπικά ελάχιστα στην περιφέρεια της βάσης του «καπέλου». Υποχρεούμαστε όμως να βρούμε με μαθηματική ακρίβεια (και όχι μόνο διαισθητικά και μόνο από την οπτική της εικόνας) τα ακρότατα της συνάρτησης του δυναμικού. Αυτό μαθηματικά επιτυγχάνεται με την εξέταση των μερικών πρώτων και δεύτερων παραγώγων στα σημεία που αυτές μηδενίζονται.

³⁵Το δυναμικό του μη αρμονικού ταλαντωτή είναι: $V(x, y) = \frac{1}{2}\mu^2(x^2 + y^2) + \frac{1}{4}\lambda^2(x^2 + y^2)^2$

Πρώτες μερικές παράγωγοι

-Από την

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

παίρνουμε διαδοχικά:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{1}{2}\mu^2(x^2+y^2) + \frac{1}{4}\lambda^2(x^2+y^2)^2 \right] = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\mu^2 \frac{\partial}{\partial x}(x^2+y^2) + \frac{1}{4}\lambda^2 \frac{\partial}{\partial x}[(x^2+y^2)^2] = 0$$

μετά τις πράξεις στα μερικά διαφορικά:

$$-\frac{1}{2}\mu^2 \cdot 2x + \frac{1}{4}\lambda^2 \cdot 2(x^2+y^2) \cdot \frac{\partial}{\partial x}(x^2+y^2) = 0 \Leftrightarrow -\mu^2 x + \frac{1}{4}\lambda^2 \cdot 2(x^2+y^2) \cdot 2x = 0 \Leftrightarrow$$

$$-\mu^2 x + \lambda^2(x^2+y^2)x = 0$$

και τελικά:

$$-x[\mu^2 - \lambda^2(x^2+y^2)] = 0 \quad (2)$$

-Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο από την

$$\frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

παίρνουμε ισοδύναμα:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[-\frac{1}{2}\mu^2(x^2+y^2) + \frac{1}{4}\lambda^2(x^2+y^2)^2 \right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$-\mu^2 y + \lambda^2(x^2+y^2)y = 0$$

και τελικά:

$$-y[\mu^2 - \lambda^2(x^2+y^2)] = 0 \quad (3)$$

-Από τις σχέσεις (2) και (3) παίρνουμε:

$$x = 0 \qquad y = 0 \quad (4)$$

και

$$x^2 + y^2 = \frac{\mu^2}{\lambda^2} \qquad x^2 + y^2 = \frac{\mu^2}{\lambda^2} \quad (5)$$

από τις οποίες προκύπτει ότι οι πρώτες μερικές παράγωγοι μηδενίζονται στο σημείο (0,0) και στα σημεία της περιφέρειας $x^2 + y^2 = \frac{\mu^2}{\lambda^2}$ και σ' αυτά τα σημεία παρουσιάζονται τα τοπικά ακρότατα της συναρτήσεως του δυναμικού (1).

Δεύτερες μερικές παράγωγοι

Για το είδος των ακροτάτων αυτών θα εξετάσουμε τις δεύτερες μερικές παραγώγους του δυναμικού V στα σημεία που οι πρώτες μερικές παράγωγοι μηδενίζονται.

-Για την δεύτερη μερική παράγωγο ως προς x είναι:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x}$$

ισοδύναμα:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}([-x[\mu^2 - \lambda^2(x^2 + y^2)]) = \frac{\partial}{\partial x}(-x\mu^2 + \lambda^2 x^3 + \lambda^2 xy^2)$$

και μετά από απλές παραγωγίσεις:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -\mu^2 + 3\lambda^2 x^2 + \lambda^2 y^2 \quad (6)$$

Στο σημείο $(0,0)$ η δεύτερη παράγωγος ως προς x είναι:

$$\left. \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right|_{(0,0)} = -\mu^2 + 3\lambda^2 0^2 + \lambda^2 0^2 = -\mu^2$$

δηλαδή

$$\left. \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right|_{(0,0)} = -\mu^2 \quad (7)$$

-Για την δεύτερη μερική παράγωγο ως προς x και y είναι:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(-x\mu^2 + \lambda^2 x^3 + \lambda^2 xy^2)$$

και μετά από απλές παραγωγίσεις:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = 2\lambda^2 xy \quad (8)$$

Στο σημείο $(0,0)$ η δεύτερη παράγωγος ως προς x και y είναι:

$$\left. \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} \right|_{(0,0)} = 2\lambda^2 \cdot 0 \cdot 0$$

δηλαδή

$$\left. \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} \right|_{(0,0)} = 0 \quad (9)$$

-Για την δεύτερη μερική παράγωγο ως προς y και x , με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, βρίσκουμε ότι στο σημείο $(0,0)$ είναι:

$$\left. \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x} \right|_{(0,0)} = 0 \quad (10)$$

-Τέλος για την δεύτερη μερική παράγωγο ως προς y με τον ίδιο τρόπο, βρίσκουμε ότι στο σημείο $(0,0)$, είναι:

$$\left. \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right|_{(0,0)} = -\mu^2 \quad (11)$$

Από τα παραπάνω εύκολα προκύπτει ότι στο σημείο $(0,0)$ ισχύουν τα κριτήρια:

$$\begin{aligned} (i) \quad & \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \\ (ii) \quad & \left. \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right|_{(0,0)} = -\mu^2 < 0 \quad \left(\left. \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right|_{(0,0)} = -\mu^2 < 0 \right) \\ (iii) \quad & \left. \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x} \right|_{(0,0)} \cdot \left. \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} \right|_{(0,0)} = 0 \cdot 0 = 0 \end{aligned}$$

άρα το δυναμικό V παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο σημείο $(0,0)$, το οποίο είναι ασταθές σημείο ισορροπίας. (Βλέπε Θεώρημα 5, σελ. 209 [29] και Παρατήρηση 15.3, σελ. 488 [30])

Από την άλλη, τα σημεία (x, y) της λύσης (5) που επίσης μηδενίζουν την πρώτη μερική παράγωγο, ανήκουν στην περιφέρεια $x^2 + y^2 = \frac{\mu^2}{\lambda^2}$ και αντιστοιχούν (όπως φαίνεται στην Εικόνα 10, και όπως εύκολα μπορεί να αποδειχθεί), σε ελάχιστο το οποίο είναι ίσο με $-\frac{\mu^4}{4\lambda^2}$. [στη γραφική παράσταση της Εικόνας 10 επιλέξαμε τις παραμέτρους $\mu = 2$ και $\lambda = 1$, οπότε το ελάχιστο -σημεία της περιφέρειας του καπέλου- έχει την τιμή (-4)]. Μέχρι εδώ παρουσιάστηκε η μαθηματική ανάλυση του δυναμικού της σχέσεως (1), μελετήθηκαν τα κρίσιμα σημεία και τα ακρότατά του καθώς και η ευστάθειά τους.

Επιστρέφουμε στη φυσική για να αποσαφηνίσουμε τον λόγο που κάναμε όλη την παραπάνω μαθηματική διαδρομή.

Επιλέγοντας οποιοδήποτε σημείο της περιφέρειας $x^2 + y^2 = \frac{\mu^2}{\lambda^2}$, οδηγούμαστε στην

κατάσταση ελάχιστης ενέργειας³⁶, καταστρέφουμε όμως τη συμμετρία του προβλήματος, διότι συμμετρία υπάρχει μόνο στο σημείο (0,0), το οποίο όπως έχουμε πει είναι ένα ασταθές σημείο ισορροπίας.

Ένα τέτοιο σημείο μπορούμε να βρούμε δίδοντας μια οποιαδήποτε τιμή στη μία παράμετρο στη σχέση (5), π.χ αν $x_0 = 0$ παίρνουμε $0^2 + y_0^2 = \frac{\mu^2}{\lambda^2} \Rightarrow y_0 = \frac{\mu}{\lambda}$ δηλαδή το σημείο $(0, \frac{\mu}{\lambda})$ βρίσκεται στην κατάσταση ελάχιστης ενέργειας, όπως και όλα τα σημεία της περιφέρειας, όπως έχουμε πει.

Στη συνέχεια εισάγουμε ένα νέο σύστημα συντεταγμένων το οποίο θα μας επιτρέψει να θεωρήσουμε «διαταραχές» του κενού μας [δηλαδή μικρές μετατοπίσεις γύρω από το σημείο $(x_0, y_0) = (0, \frac{\mu}{\lambda})$].

Το νέο σύστημα θα έχει αρχή το σημείο $(\xi, \eta) = (x - x_0, y - y_0) = (x, y - \frac{\mu}{\lambda})$.

Με την παραπάνω επιλογή, μετακινήσαμε την αρχή του συστήματος συντεταγμένων στο σημείο που βρίσκεται το κενό του συστήματος (κατάσταση ελάχιστης ενέργειας). Το δυναμικό που μελετάμε πλέον θα έχει εξίσωση:

$$V(\xi, \eta) = -\frac{1}{2}\mu^2[\xi^2 + (\eta + \frac{\mu}{\lambda})^2] + \frac{1}{4}\lambda^2[\xi^2 + (\eta + \frac{\mu}{\lambda})^2]^2 \quad (12)$$

και κάνοντας τις πράξεις παίρνουμε διαδοχικά:

$$\begin{aligned} V(\xi, \eta) &= -\frac{1}{2}\mu^2[\xi^2 + \eta^2 + \frac{\mu^2}{\lambda^2} + 2\eta\frac{\mu}{\lambda}] + \frac{1}{4}\lambda^2[\xi^4 + (\eta + \frac{\mu}{\lambda})^4 + 2\xi^2(\eta + \frac{\mu}{\lambda})^2] \Leftrightarrow \\ V(\xi, \eta) &= -\frac{1}{2}\mu^2\xi^2 - \frac{1}{2}\mu^2\eta^2 - \frac{1}{2}\frac{\mu^4}{\lambda^2} - \eta\frac{\mu^3}{\lambda} + \frac{1}{4}\lambda^2\xi^4 + \frac{1}{4}\lambda^2(\eta + \frac{\mu}{\lambda})^4 + \frac{2}{4}\lambda^2\xi^2(\eta + \frac{\mu}{\lambda})^2 \Leftrightarrow \\ V(\xi, \eta) &= -\frac{1}{2}\mu^2\xi^2 - \frac{1}{2}\mu^2\eta^2 - \frac{1}{2}\frac{\mu^4}{\lambda^2} - \eta\frac{\mu^3}{\lambda} + \frac{1}{4}\lambda^2\xi^4 + \frac{1}{4}\lambda^2(\eta + \frac{\mu}{\lambda})^4 + \frac{2}{4}\lambda^2\xi^2\eta^2 + \frac{2}{4}\lambda^2\xi^2\frac{\mu^2}{\lambda^2} + \\ &\quad + \frac{2}{4}\lambda^2\xi^2 \cdot 2\eta\frac{\mu}{\lambda} \Leftrightarrow \\ V(\xi, \eta) &= -\frac{1}{2}\mu^2\xi^2 - \frac{1}{2}\mu^2\eta^2 - \frac{1}{2}\frac{\mu^4}{\lambda^2} - \eta\frac{\mu^3}{\lambda} + \frac{1}{4}\lambda^2\xi^4 + \frac{1}{4}\lambda^2(\eta + \frac{\mu}{\lambda})^4 + \frac{2}{4}\lambda^2\xi^2\eta^2 + \frac{1}{2}\mu^2\xi^2 + \\ &\quad + \lambda\xi^2\eta\mu \Leftrightarrow \\ V(\xi, \eta) &= -\frac{1}{2}\mu^2\eta^2 - \frac{1}{2}\frac{\mu^4}{\lambda^2} - \eta\frac{\mu^3}{\lambda} + \frac{1}{4}\lambda^2\xi^4 + \frac{1}{4}\lambda^2\left(\eta^4 + 4\eta^3\frac{\mu}{\lambda} + 6\eta^2\frac{\mu^2}{\lambda^2} + 4\eta\frac{\mu^3}{\lambda^3} + \frac{\mu^4}{\lambda^4}\right) + \end{aligned}$$

³⁶Η κατάσταση ελάχιστης ενέργειας ονομάζεται αλλιώς και το «κενό» του συστήματος μας

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \lambda^2 \xi^2 \eta^2 + \lambda \xi^2 \eta \mu \Leftrightarrow \\
V(\xi, \eta) &= -\frac{1}{2} \mu^2 \eta^2 - \frac{1}{2} \frac{\mu^4}{\lambda^2} - \eta \frac{\mu^3}{\lambda} + \frac{1}{4} \lambda^2 \xi^4 + \left(\frac{1}{4} \lambda^2 \eta^4 + \frac{1}{4} \lambda^2 4 \eta^3 \frac{\mu}{\lambda} + \frac{1}{4} \lambda^2 \cdot 6 \eta^2 \frac{\mu^2}{\lambda^2} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{4} \lambda^2 \cdot 4 \eta \frac{\mu^3}{\lambda^3} + \frac{1}{4} \lambda^2 \frac{\mu^4}{\lambda^4} \right) + \frac{1}{2} \lambda^2 \xi^2 \eta^2 + \lambda \xi^2 \eta \mu \Leftrightarrow \\
V(\xi, \eta) &= -\frac{1}{2} \mu^2 \eta^2 - \frac{1}{2} \frac{\mu^4}{\lambda^2} - \eta \frac{\mu^3}{\lambda} + \frac{1}{4} \lambda^2 \xi^4 + \frac{1}{4} \lambda^2 \eta^4 + \lambda \eta^3 \mu + \frac{3}{2} \eta^2 \mu^2 + \eta \frac{\mu^3}{\lambda} + \frac{1}{4} \frac{\mu^4}{\lambda^2} + \\
& \quad + \frac{1}{2} \lambda^2 \xi^2 \eta^2 + \lambda \xi^2 \eta \mu
\end{aligned}$$

καταλήγουμε στην

$$V(\xi, \eta) = \mu^2 \eta^2 - \frac{1}{4} \frac{\mu^4}{\lambda^2} + \frac{1}{4} \lambda^2 \xi^4 + \frac{1}{4} \lambda^2 \eta^4 + \lambda \eta^3 \mu + \frac{1}{2} \lambda^2 \xi^2 \eta^2 + \lambda \xi^2 \eta \mu \quad (13)$$

Κάνουμε τώρα μια πιο βολική διάταξη στους όρους της σχέσεως (13) και παίρνουμε:

$$V(\xi, \eta) = \mu^2 \eta^2 - \frac{1}{4} \frac{\mu^4}{\lambda^2} + \lambda \eta^3 \mu + \lambda \xi^2 \eta \mu + \frac{1}{4} \lambda^2 \xi^4 + \frac{1}{4} \lambda^2 \eta^4 + \frac{1}{2} \lambda^2 \xi^2 \eta^2$$

βγάζουμε κοινό παράγοντα τον $(\lambda \mu)$ από τους 3ο και 4ο όρους και τέλος ομαδοποιούμε τους τρεις τελευταίους όρους και καταλήγουμε στην:

$$V(\xi, \eta) = \mu^2 \eta^2 - \frac{1}{4} \frac{\mu^4}{\lambda^2} + \lambda \mu (\eta^3 + \eta \xi^2) + \left[\frac{1}{4} \lambda^2 \xi^4 + \frac{1}{4} \lambda^2 \eta^4 + \frac{1}{2} \lambda^2 \xi^2 \eta^2 \right] \quad (14)$$

Από τη σχέση (14) μπορούμε να αγνοήσουμε τον όρο $(-\frac{1}{4} \frac{\mu^4}{\lambda^2})$, ο οποίος δεν επηρεάζει τις διαφορές δυναμικού και τελικά τις εξισώσεις κινήσεως. Επίσης ομαδοποιήσαμε, και μπορούμε να παραλείψουμε τους τρεις τελευταίους όρους, οι οποίοι και αυτοί (ως μεγαλύτερης τάξεως) δεν επηρεάζουν το δυναμικό.³⁷

Έτσι το δυναμικό θα μπορούσε χωρίς βλάβη της γενικότητας να γραφεί:

$$V(\xi, \eta) = \mu^2 \eta^2 + \lambda \mu (\eta^3 + \eta \xi^2) \quad (15)$$

Μελετώντας τη σχέση (15) παρατηρούμε ότι αποτελείται από δύο πεδία:

-Το πεδίο η το οποίο αντιστοιχεί σε χβαντικό πεδίο με μάζα (μ) και σπιν 0 (μποζόνιο *Higgs*). Πράγματι ο όρος που δηλώνει μάζα είναι ο όρος $\mu^2 \eta^2$.

³⁷Οι όροι αυτοί θα ληφθούν υπ' όψιν στα διαγράμματα *Feynman* αλλά εδώ δεν θα μας απασχολήσουν. (Βλέπε σελ.377, εξίσωση 10.120 του [4])

-Το πεδίο ξ το οποίο αντιστοιχεί σε σωματίο με μηδενική μάζα και σπιν 0 (μποζόνιο *Goldstone*). Εδώ απουσιάζει ο όρος μάζας στο βαθμωτό πεδίο ξ .

Ξεκινώντας λοιπόν από μια μικρή διαταραχή του κενού, μια μικρή δηλαδή μετατόπιση γύρω από το σημείο (ξ, η) , καταλήξαμε σε ένα αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας, το οποίο ανέδειξε τα δύο πεδία, το χωρίς μάζα σωματίδιο *Goldstone* και το σωματίδιο *Higgs* με μάζα. Το θεώρημα αυτό ονομάστηκε «**Θεώρημα Goldstone**». και με απλή διατύπωση λέει:

κάθε φορά που σ' ένα σύστημα έχουμε αυθόρμητο σπάσιμο συμμετρίας, εισάγεται σ' αυτό τουλάχιστον ένα «άμαζο» βαθμωτό πεδίο.

Το πρόβλημα όμως ήταν ότι κανείς ποτέ δεν είχε δει ποτέ το μποζόνιο *Goldstone* και θα έπρεπε επομένως να απαλλαγεί απ' αυτό.

Πώς απαλλασσόμαστε από το μποζόνιο *Goldstone*

Ένας τρόπος να απαλλαγούμε από το μποζόνιο *Goldstone* είναι να εισάγουμε μια μιγαδική παραμετροποίηση στο δυναμικό της εξισώσεως (1).

Έτσι αν θεωρήσουμε έναν μιγαδικό

$$\phi = x + iy, \quad \text{οπου} \quad |\phi|^2 = x^2 + y^2 \quad (16)$$

και αντικαταστήσουμε στην (1) το $x^2 + y^2$ με το ίσο του από την (16) παίρνουμε:

$$V(x, y) \rightarrow V(\phi) = -\frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda^2\phi^4 \quad (17)$$

Στη συνέχεια απαιτούμε το αναλλοίωτο βαθμίδος θεωρώντας τον μετασχηματισμό:

$$\phi \rightarrow \phi' = \phi e^{i\theta(x,y)} \quad (18)$$

επεξεργαζόμαστε τον μετασχηματισμό κατάλληλα ώστε:³⁸

$$\phi \rightarrow \phi' = \phi e^{i\theta(x,y)} = (x + iy)(\cos \theta + i \sin \theta)$$

με απλές πράξεις παίρνουμε:

$$\phi \rightarrow \phi' = x \cos \theta + ix \sin \theta + iy \cos \theta + i^2 y \sin \theta$$

και ομαδοποιώντας κατάλληλα:

$$\phi \rightarrow \phi' = (x \cos \theta - y \sin \theta) + i(x \sin \theta + y \cos \theta). \quad (19)$$

Αν επιλέξουμε για το θ (επιλογή βαθμίδος)

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$$

³⁸Βλέπε υποσημείωση 31.

τότε έχουμε:

$$\tan \theta = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{x}{y} \Rightarrow y \sin \theta = x \cos \theta$$

από την οποία τελικά είναι:

$$x \cos \theta - y \sin \theta = 0. \quad (20)$$

Από τη σχέση (20) συμπεραίνουμε ότι το πραγματικό μέρος της (18) είναι μηδέν. Οπότε το ϕ καθίσταται καθαρά φανταστικό. Αυτό σημαίνει ότι στη σχέση (16) το $x = 0$ και κατ' επέκτασιν και $\xi = 0$. Έτσι το μποζόνιο *Goldstone* (το οποίο, όπως είδαμε, συνδέεται άμεσα με το x και το ξ) **εξαφανίζεται** από το πραγματικό Σύμπαν!!!

Με άλλα λόγια, με κατάλληλη επιλογή βαθμίδας εξαφανίζεται το μποζόνιο *Goldstone*.

Συνοψίζοντας λοιπόν από την αρχή του παρόντος παραρτήματος καταφέραμε, με το σπάσιμο της συμμετρίας [που μαθηματικά περιγράφηκε με τις σχέσεις από (12) έως (15)], τη δημιουργία μάζας για το μποζόνιο *Higgs* αλλά και την εμφάνιση του μποζονίου *Goldstone*, το οποίο όμως με την κατάλληλη επιλογή βαθμίδας εξαφανίζεται [μαθηματικά με τις σχέσεις από (16) έως (20)]. (μηχανισμός *Higgs*)

Περισσότερες λεπτομέρειες για το αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας και τον μηχανισμό *Higgs* μπορούμε να βρούμε στα κεφάλαια 10.8 και 10.9 του [4], στις σελίδες 375-381.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Με ανάλογο τρόπο μπορούμε να απαλλαγούμε από το μποζόνιο *Goldstone* και στην περίπτωση διανυσματικών πεδίων. Θα μπορούσε να αναρωτηθεί κανείς, τι γίνεται με τους βαθμούς ελευθερίας του συστήματος με την εξαφάνιση του *Goldstone*. Ξεκινάμε με «άμαζα» διανυσματικά πεδία. Από την ηλεκτροδυναμική είναι γνωστό ότι τα πεδία αυτά μπορούν να είναι μόνο εγκάρσια πολωμένα (έχουμε μόνο δύο διευθύνσεις-δύο βαθμούς ελευθερίας). Δεν υφίσταται η «διαμήκης πόλωση». Με την απόκτηση μάζας μέσω του μηχανισμού που περιγράφηκε με το σπάσιμο της συμμετρίας, τα σωματίδια αποκτούν διαμήκη πόλωση, δηλαδή έναν επιπλέον βαθμό ελευθερίας. Αυτός προέκυψε από το μποζόνιο *Goldstone*. Όπως πολύ παραστατικά περιγράφει ο *Griffiths* (Βλέπε [4], σελ.381):

The gauge field "ate" the Goldstone boson, thereby acquiring both mass and a third polarization state. This is the famous Higgs mechanism the remarkable offspring of the marriage of local gauge invariance and spontaneous symmetry breaking.

Σε μετάφραση:

Το πεδίο βαθμίδας «έφαγε» το μποζόνιο *Goldstone*, αποκτώντας έτσι μάζα όσο και μια τρίτη κατάσταση πόλωσης. Αυτός είναι ο διάσημος μηχανισμός *Higgs* ο αξιοσημείωτος «απόγονος» του «γάμου» της τοπικής αναλλοίωτης βαθμίδας και του αυθόρμητου σπάσιμου συμμετρίας.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ (Διαγράμματα Feynman)

«...οι υπολογισμοί με τους οποίους κέρδισα το Νόμπελ Φυσικής του 2004, όπως και οι υπολογισμοί που καθιέρωσαν μια διαδρομή για την παραγωγή και την παρατήρηση του σωματιδίου *Higgs*, θα ήταν αδιανόητοι χωρίς τα διαγράμματα *Feynman*».
Frank Wilczek, Nobel Prize Physics (2004)³⁹

Στη θεωρητική φυσική, ένα διάγραμμα *Feynman* είναι μια εικονογραφική αναπαράσταση των μαθηματικών εκφράσεων που περιγράφουν τη συμπεριφορά και την αλληλεπίδραση των υποατομικών σωματιδίων. Το σχήμα πήρε το όνομά του από τον Αμερικανό φυσικό Richard Feynman⁴⁰, ο οποίος εισήγαγε τα διαγράμματα το 1948. Τα διαγράμματα *Feynman* δίνουν μια απλή απεικόνιση της αλληλεπιδράσεως των υποατομικών σωματιδίων που διαφορετικά θα ήταν πολύπλοκη και δυσνόητη. Από τα μέσα του 20ου αιώνα, οι θεωρητικοί φυσικοί στρέφονται όλο και περισσότερο στη χρήση αυτού του εργαλείου και στη βοήθειά του σε κρίσιμους υπολογισμούς. Τα διαγράμματα *Feynman* έχουν φέρει επανάσταση σχεδόν σε κάθε πτυχή της θεωρητικής φυσικής. Ενώ εφαρμόζονται κατά κύριο λόγο στη θεωρία του κβαντικού πεδίου, μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν σε άλλους τομείς της φυσικής, όπως η θεωρία στερεάς κατάστασης.

Η «Ασυμπτωτική Ελευθερία» στη θεωρία της Ισχυρής Αλληλεπιδράσεως

Στη θεωρία του κβαντικού πεδίου, η «ασυμπτωτική ελευθερία» είναι μια ιδιότητα ορισμένων θεωριών βαθμίδας που κάνει τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των σωματιδίων να γίνονται ασυμπτωτικά πιο αδύναμες καθώς αυξάνεται η κλίμακα ενέργειας και μειώνεται η αντίστοιχη κλίμακα μήκους.

Πιο συγκεκριμένα, όσο πιο κοντά είναι τα κουάρκ μεταξύ τους, τόσο μικρότερη είναι η ισχυρή αλληλεπίδραση (χρωματικό φορτίο) μεταξύ τους. Όταν τα κουάρκ βρίσκονται σε εξαιρετική εγγύτητα, η πυρηνική δύναμη μεταξύ τους είναι τόσο αδύναμη που συμπεριφέρονται σχεδόν ως ελεύθερα σωματίδια.

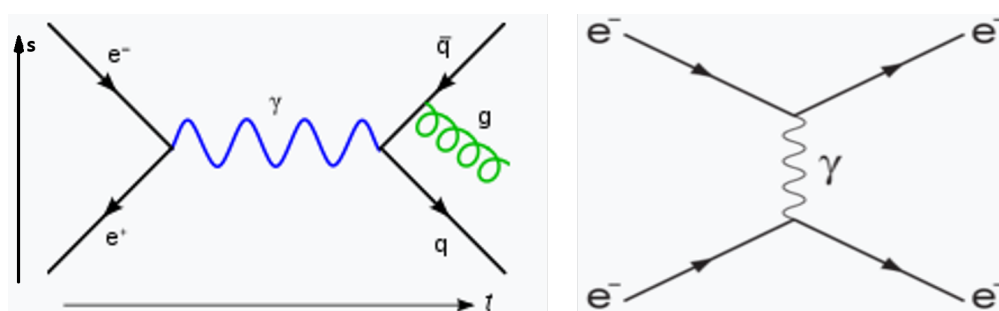
³⁹Ο Frank Wilczek (Αμερικανός θεωρητικός φυσικός και μαθηματικός, γεννημένος στις 15 Μαΐου 1951-σήμερα 73 ετών), μαζί με τους David Gross και H. David Politzer, τιμήθηκε με το Νόμπελ Φυσικής το 2004 για την ανακάλυψη της «ασυμπτωτικής ελευθερίας» στη θεωρία της ισχυρής αλληλεπίδρασης. Τον Μάιο του 2022, επίσης του απονεμήθηκε το βραβείο *Templeton* για τις έρευνές του στους θεμελιώδεις νόμους της φύσης, που έχουν συμβάλει στην κατανόησή μας για τις δυνάμεις που κυβερνούν το σύμπαν και αποκάλυψαν ένα εμπνευσμένο όραμα ενός κόσμου που ενσαρκώνει τη μαθηματική ομορφιά.

⁴⁰Ο Richard Phillips Feynman (11 Μαΐου 1918 – 15 Φεβρουαρίου 1988) Αμερικανός θεωρητικός φυσικός, που το 1965, για τη συμβολή του στην ανάπτυξη της κβαντικής ηλεκτροδυναμικής, έλαβε το Νόμπελ Φυσικής από κοινού με τον Julian Schwinger και τον Shinichiro Tomonaga

Στα διαγράμματα *Feynman*, οι τροχιές των σωματιδίων αναπαρίστανται με γραμμές, που έχουν φορά στο χώρο και το χρόνο, ενώ οι αλληλεπιδράσεις με κόμβους, δηλαδή με τομές μεταξύ των χωροχρονικών γραμμών.

Τα διαγράμματα χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του λεγόμενου «πλάτους σκέδασης», μιας μαθηματικής ποσότητας που συνδέεται με την πιθανότητα να συμβεί μια σωματιδιακή σκέδαση στα πλαίσια της κβαντικής μηχανικής. Οι γραμμές των διαγραμμάτων δεν αναπαριστούν τις πραγματικές τροχιές των σωματιδίων στο χώρο, αλλά συνδέονται μέσω συγκεκριμένων κανόνων με μαθηματικές ποσότητες, ο συνδυασμός των οποίων δίνει τη μαθηματική έκφραση του κβαντομηχανικού πλάτους σκέδασης.[32]

Ένα διάγραμμα *Feynman* έχει δύο άξονες, έναν χωρικό και έναν χρονικό. Ο χωρικός συνήθως επιλέγεται ο κατακόρυφος άξονας ενώ ο χρονικός επιλέγεται ο οριζόντιος.⁴¹ [Εικόνα 11 (αριστερά)] Τα σωματίδια σε αυτό, παριστάνονται ως γραμμές με φορά, ενώ οι αλληλεπιδράσεις με έναν κόμβο τουλάχιστον τριών γραμμών, δύο του σωματιδίου (μία όταν το σωματίδιο εισέρχεται και μία όταν εξέρχεται) και μία του σωματιδίου της αλληλεπιδράσεως. Τα σωματίδια-κβάντα των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων, δηλαδή τα φωτόνια, και τα μποζόνια Z και W , συμβολίζονται με μία κυματιστή γραμμή, ενώ τα γλουόνια της ισχυρής αλληλεπίδρασης με ελατήρια. [Εικόνα 11 (αριστερά)]



Εικόνα 11: (Αριστερά) Ο χρονικός άξονας (t) είναι ο οριζόντιος, ενώ ο χωρικός (s) είναι ο κατακόρυφος άξονας. Τα σωματίδια, (εδώ ηλεκτρόνια) εκφράζονται με μία συνεχή γραμμή με φορά, το φωτόνιο εκφράζεται με την κυματιστή γαλάζια γραμμή και το γκλουόνιο (g) με την πράσινη σπείρα. (Δεξιά) Το φωτόνιο εκφράζεται με την κατακόρυφη κυματιστή γραμμή. Αν αξιώναμε ακρίβεια στο διάγραμμα, αυτό θα σήμαινε ότι το φωτόνιο μετακινείται χωρικά (κατακόρυφη μετατόπιση) σε μηδενικό χρόνο (μηδενική οριζόντια μετατόπιση), πράγμα που δεν ισχύει αφού η ταχύτητά του φωτός είναι πεπερασμένη.

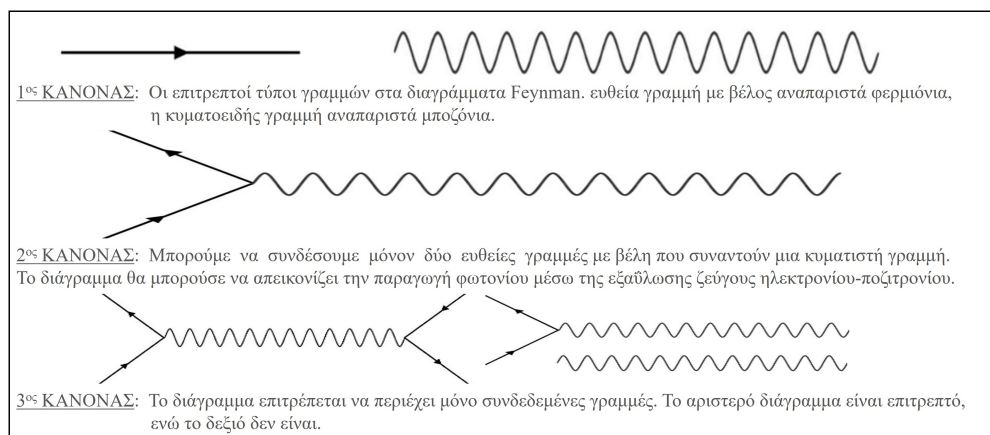
Σ' αυτό το σημείο πρέπει να τονισθεί ότι τα διαγράμματα *Feynman* είναι βοηθητικά εργαλεία για αυτό πολλές φορές δεν απαιτείται ακρίβεια στον σχηματισμό τους. Έτσι στην Εικόνα 11 (δεξιά) στην αλληλεπίδραση ηλεκτρονίου-ηλεκτρονίου, το φω-

⁴¹Είναι δυνατόν να συναντήσουμε διαγράμματα και με την αντίθετη επιλογή αξόνων.

τόνιο παρουσιάζεται στο διάγραμμα με κατακόρυφη κυματιστή γραμμή. Αν αυτό (διάγραμμα) ήταν απολύτως ακριβές, θα σήμαινε ότι το φωτόνιο αυτό έχει άπειρη ταχύτητα, αφού σε μηδενικό χρόνο, μετακινήθηκε σε άλλο σημείο του χώρου (κατακόρυφη μετατόπιση σημαίνει μετατόπιση στον χώρο), αλλά προφανώς αυτό δεν μπορεί να γίνει λόγω της αρχής της σχετικότητας. Η επιλογή να σχηματιστεί το φωτόνιο κατακόρυφα, υποδηλώνει εδώ την πληροφορία ότι δεν ξέρουμε (δεν μας ενδιαφέρει κιόλας) ποιο ηλεκτρόνιο εξέπεμψε το φωτόνιο.

Για τη σχεδίαση των διαγραμμάτων *Feynman* ακολουθούμε τους παρακάτω κανόνες: (βλέπε και Εικόνα 12)[32]

- Μπορούμε να σχεδιάσουμε δύο ειδών γραμμές, είτε ευθύγραμμα τμήματα με βέλος, είτε κυματοειδείς γραμμές.
- Μπορούμε να συνδέσουμε αυτές τις γραμμές μόνον όταν δύο ευθείες γραμμές με βέλη να συναντούν μια κυματιστή γραμμή. *Προσοχή!* Η κατεύθυνση του βέλους δεξιά δε σημαίνει ότι το σωματίδιο απομακρύνεται και αριστερά ότι πλησιάζει στον κόμβο (*vertex*-κορυφή). Φορά του βέλους δεξιά σημαίνει ότι πρόκειται για σωματίδιο ενώ αριστερά για αντισωματίδιο. Μπορούμε να έχουμε μόνο μία γραμμή με βέλος που πηγαίνει προς τον κόμβο και μία με βέλος που βγαίνει απ' αυτόν.
- Το διάγραμμα επιτρέπεται να περιέχει μόνο συνδεδεμένες γραμμές.



Εικόνα 12: Οι κανόνες που διέπουν τα διαγράμματα *Feynman*. (Image Credit: N. Συρράκος.)

Τα διαγράμματα *Feynman* λοιπόν είναι ένα βασικό εργαλείο για να περιγράψουμε τις σχεδιάσεις των στοιχειωδών σωματιδίων, η πρόβλεψη των οποίων απαιτεί μια μακρά λίστα μαθηματικών μεθόδων. Με την εισαγωγή των διαγραμμάτων *Feynman* οι μαθηματικές μέθοδοι μετατράπηκαν σε μια διαδικασία διαισθητική, παρακάμπτοντας έτσι τις δύσκολες εξισώσεις. Ακολουθεί το πιο απλό παράδειγμα διαγράμματος:

Ας σκεφτούμε την πιο απλή σύγκρουση σωματιδίων, όταν δύο ηλεκτρόνια πλησι-

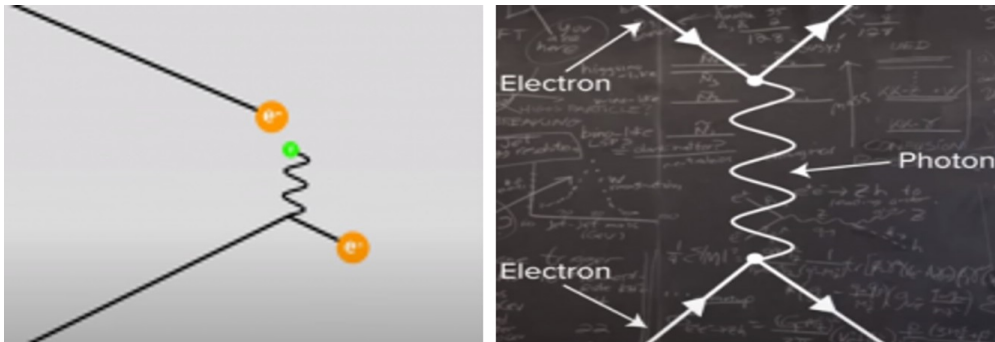
άζουν το ένα το άλλο.

Στην κλασσική φυσική θα περιγράφαμε την αλληλεπίδραση αυτή με βάση το ηλεκτρικό πεδίο, τη διατήρηση της ενέργειας, κλπ. Εκτιμήσεις πάνω σε εξισώσεις όπως:

$$F = m_e \gamma, \quad F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}, \quad \frac{1}{2} m_e u^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad \text{και} \quad W = \int F, dr$$

θα αρκούσαν για να περιγράψουν τη σύγκρουση.

Στην κβαντική φυσική όμως δεν αρκεί να θεωρήσουμε ότι απλώς τα ηλεκτρόνια πλησιάζουν το ένα το άλλο, αλλά πρέπει να λάβουμε υπόψη μας και τα φωτόνια που δημιουργούνται. (στην πραγματικότητα μια μορφή φωτονίων συνθέτουν το ηλεκτρικό πεδίο). Καθώς πλησιάζουν μεταξύ τους τα ηλεκτρόνια, ένα από αυτά εκπέμπει ένα φωτόνιο το οποίο (φωτόνιο) στη συνέχεια χτυπά το άλλο ηλεκτρόνιο. Μια αναπαράσταση αυτής της ανταλλαγής φωτονίου ανάμεσα στα ηλεκτρόνια, βλέπουμε στην Εικόνα 13 (αριστερά). Τα δύο ηλεκτρόνια σκεδάζονται (ουσιαστικά χωρίς να συγκρουστούν) υπό την τυπική φυσική ενέργειας-ορμής και παράγεται και ένα φωτόνιο (Εικόνα 13 δεξιά).



Εικόνα 13: (Αριστερά) Καθώς πλησιάζουν μεταξύ τους τα ηλεκτρόνια, ένα από αυτά εκπέμπει ένα φωτόνιο, το οποίο στη συνέχεια χτυπά το άλλο ηλεκτρόνιο. (Δεξιά) Το διάγραμμα *Feynman* του παραδείγματος της σκέδασης ηλεκτρονίων.

Θα πρέπει όμως να σημειωθεί ότι το διάγραμμα *Feynman* της Εικόνας 13 (δεξιά) δεν είναι το μοναδικό που περιγράφει το φαινόμενο.

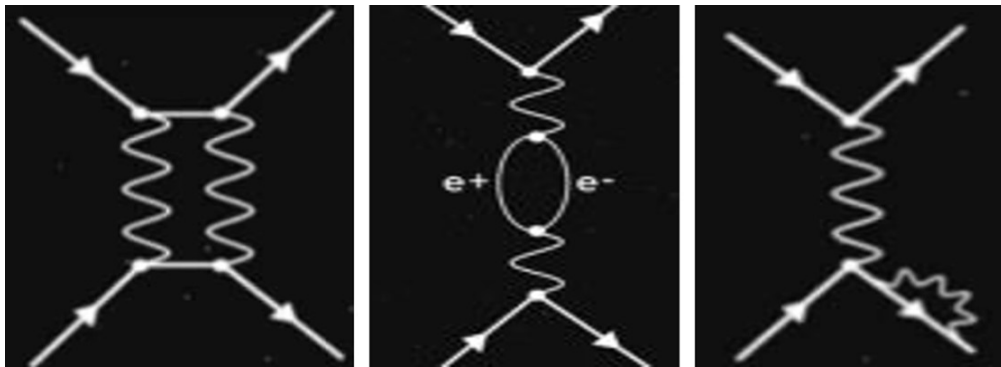
Κάτι άλλο που θα μπορούσε να συμβεί κατά τη διάρκεια της διαδικασίας θα ήταν η εκπομπή ενός επιπλέον φωτονίου από κάποιο ηλεκτρόνιο πριν ή μετά τη σκέδαση. (Εικόνα 14 αριστερά)

Επίσης θα μπορούσε το φωτόνιο, μετά την εκπομπή του από το ένα ηλεκτρόνιο, να μετατραπεί προσωρινά σε ζεύγος ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου, και μετά να μετατραπεί ξανά σε φωτόνιο και να ολοκληρώσει τη σκέδαση χτυπώντας το άλλο ηλεκτρόνιο. (Εικόνα 14 κέντρο)

Τέλος το ένα από τα δύο προς σκέδαση ηλεκτρόνια πριν την εκπομπή του φωτονίου να εκπέμψει ένα άλλο φωτόνιο το οποίο στη συνέχεια θα επαναπορροφήσει.

Ή να συμβεί κάτι ακόμη πιο τρελό, με πολλαπλά φωτόνια να ανταλλάσσονται και μερικά απ' αυτά να δημιουργούν άλλα σωματίδια και τα φωτόνια να αλληλεπιδρούν με τα προσωρινά σωματίδια.⁴² (Εικόνα 14 δεξιά)

Υπάρχουν λοιπόν πολλές πιθανές δυνατότητες (άρα και διαγράμματα) κατά τη σκέδαση μεταξύ δύο ηλεκτρονίων. Κάθε μια από αυτές έχει και την αντίστοιχη πιθανότητα να συμβεί. Τελικά όμως μόνο ένα, το πιο απλό διάγραμμα επικρατεί, αυτό με τις περισσότερες πιθανότητες να συμβεί.⁴³



Εικόνα 14: (Αριστερά) Το πρώτο ηλεκτρόνιο εκπέμπει και δεύτερο φωτόνιο που απορροφάται από το άλλο ηλεκτρόνιο. (Κέντρο) Το φωτόνιο μετά την εκπομπή του από το πρώτο ηλεκτρόνιο, μετατρέπεται προσωρινά σε ένα ζεύγος ποζιτρονίου-ηλεκτρονίου, το οποίο αυτόματα ξανασυγχωνεύεται σε φωτόνιο που συνεχίζει την πορεία του προς τη σύγκρουση με το δεύτερο ηλεκτρόνιο. (Δεξιά) Το ένα από τα δύο προς σκέδαση ηλεκτρόνια εκπέμπει πριν την εκπομπή του φωτονίου (ή μετά απ' αυτήν-στην εικόνα μας μετά την εκπομπή-) ένα άλλο φωτόνιο, το οποίο στη συνέχεια επαναπορροφάται. ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: Στα διαγράμματα *Feynman* της εικόνας μας ο χρονικός άξονας είναι οριζόντιος.

Η εικόνα του κάθε διαγράμματος *Feynman*, όπως έχουμε πει, αντιστοιχεί σε μία «εξίσωση». Κάθε σύμβολο στο διάγραμμα, αντιστοιχεί και σε ένα κομμάτι της εξίσωσης.

Στον πίνακα της Εικόνας 15 βρίσκονται οι αντιστοιχίες των συμβόλων του διαγράμματος με μαθηματικούς όρους στην αντίστοιχη εξίσωση.

Συγκεκριμένα στο διάγραμμα *Feynman* της Εικόνας 15 υπάρχουν δύο εισερχόμενα

⁴²Πράγματι όλα αυτά θα μπορούσαν να συμβούν, έχει όμως παρατηρηθεί και αποδειχθεί ότι κάθε φορά που ένα φωτόνιο αλληλεπιδρά με ένα φορτισμένο σωματίδιο, η πιθανότητα να συμβεί αυτό είναι όλο και μικρότερη. Συγκεκριμένα κάθε μεμονωμένη εκπομπή φωτονίου μειώνει την πιθανότητα στο 1%, ενώ δύο εκπεμπόμενα φωτόνια μειώνουν την πιθανότητα στο 1% του 1% (δηλαδή στο 0,01%).

⁴³Τα άλλα διαγράμματα εξετάζονται μόνο ως μαθηματικά πιθανά και για τη μελέτη τους απαιτούνται πάρα πολύ ακριβείς υπολογισμοί.

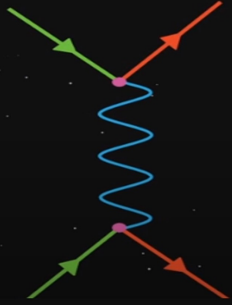
σωματίδια (πράσινη ευθεία γραμμή με βέλος), ένα παραγόμενο φωτόνιο (γαλάζια κυματιστή γραμμή και δύο εξερχόμενα σωματίδια (κόκκινη ευθεία γραμμή με βέλος). Ας δούμε τώρα τους μαθηματικούς όρους στους οποίους αντιστοιχεί κάθε σύμβολο του διαγράμματος.

- Το εισερχόμενο (πράσινο) βέλος αντιστοιχεί στο γράμμα (I), το οποίο στην εξίσωση είναι χρωματισμένο πράσινο για λόγους αντιστοιχίας στο διάγραμμα. Ο κάτω δείκτης 1 δηλώνει το πρώτο (επάνω) εισερχόμενο, ενώ ο δείκτης 2 το δεύτερο (κάτω) εισερχόμενο σωματίδιο.

Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι ο όρος αυτός για ένα φορτισμένο φερμιόνιο είναι: $I_1 = \frac{i(p+m)}{p^2-m^2} [33]$

- Το εξερχόμενο (κόκκινο) βέλος αντιστοιχεί στο γράμμα (O), το οποίο στην εξίσωση είναι χρωματισμένο κόκκινο για λόγους αντιστοιχίας στο διάγραμμα. Κι εδώ ο δείκτης 1 δηλώνει το πάνω, ενώ ο δείκτης 2 το κάτω εξερχόμενο σωματίδιο.

Object	Diagram	Symbol
Incoming particle		I
Outgoing particle		O
Photon		$\frac{-ig_{\mu\nu}}{p^2}$
Vertex		$ie\gamma^{\mu \text{ or } \nu}$

$$(O_1 ie\gamma^\mu I_1) \left(\frac{-ig_{\mu\nu}}{p^2} \right) (O_2 ie\gamma^\nu I_2)$$


Εικόνα 15: (Αριστερά) Ο πίνακας-λεξικό για την μαθηματική αποκρυπτογράφηση ενός διαγράμματος Feynman. (Δεξιά) Η εξίσωση που αντιστοιχεί στο κάτω διάγραμμα

- Η μωβ κορυφή (*vertex*), η οποία δηλώνει το γεγονός της αλληλεπιδράσεως, αντιστοιχεί στον επίσης χρωματισμένο μωβ όρο ($ie\gamma^{\mu \text{ or } \nu}$) της εξισώσεως. Ο άνω δείκτης μ ή ν δεν αποτελεί δύναμη αλλά είναι ένας αθροιστικός δείκτης ο οποίος δρα μαζί με τους δείκτες $\mu\nu$ του όρου g που δηλώνει το σπιν του φωτονίου όπως θα δούμε παρακάτω.

- Η κυματιστή γαλάζια γραμμή, η οποία δηλώνει φωτόνιο, αντιστοιχεί στον χρωματισμένο επίσης γαλάζιο όρο $\left(\frac{-ig_{\mu\nu}}{p^2} \right)$. Οι κάτω δείκτες μ, ν του g είναι αθροιστικοί δείκτες, όλων σχετικών υποατομικών σπιν για το φωτόνιο. Ο όρος p είναι ο γνωστός όρος της ορμής και εδώ δηλώνει την ενέργεια του φωτονίου.

Η εξίσωση λοιπόν στην οποία αντιστοιχεί το διάγραμμα της Εικόνας 15 είναι η α-

κόλουθη:

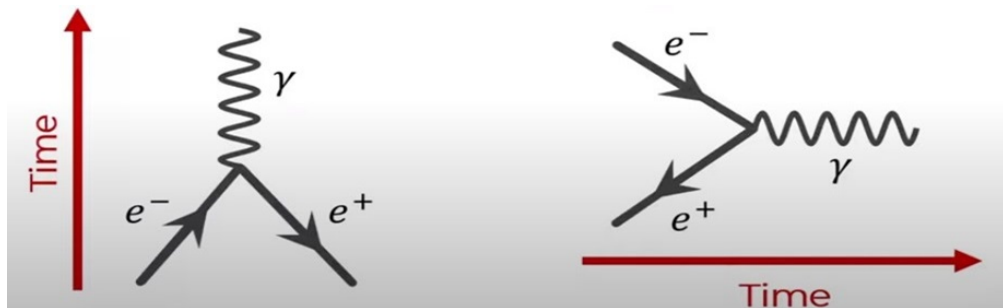
$$(O_1 i e \gamma^\mu I_1) \left(\frac{-i g_{\mu\nu}}{p^2} \right) (O_2 i e \gamma^\nu I_2)$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: Δεν θα πρέπει να λησμονούμε στη μαθηματική αντιστοίχιση, ότι στις κορυφές (*vertex*) ισχύει πάντα η διατήρηση, ενέργειας, ορμής και φορτίου.

Θα επιστρέψουμε τώρα στην εικονική αναπαράσταση των διαγραμμάτων (που αποτελεί και το πλεονέκτημά τους) για να δούμε με παραδείγματα πως λειτουργούν, δηλαδή πως εκφράζουν τις αλληλεπιδράσεις στο χώρο της σωματιδιακής φυσικής.

Σύγκρουση Ηλεκτρονίου-Ποζιτρονίου

Θα ξεκινήσουμε με το παράδειγμα της σύγκρουσης ηλεκτρονίου με ποζιτρόνιο (αντι-ηλεκτρόνιο) και την εξαύλωσή τους με ταυτόχρονη εκπομπή ενός φωτονίου.



Εικόνα 16: Ένα ηλεκτρόνιο και ένα ποζιτρόνιο (αντιηλεκτρόνιο) συγκρούονται και εξαυλώνονται εκπέμποντας ένα φωτόνιο. (Αριστερά) Ο χρόνος διατρέχει τον κατακόρυφο άξονα με θετική φορά την από κάτω προς τα επάνω. (Δεξιά) Ο χρόνος διατρέχει τον οριζόντιο άξονα με θετική φορά την από αριστερά προς δεξιά.

Τα δύο σχήματα της Εικόνας 16 αναπαριστούν το ίδιο γεγονός με την μόνη διαφορά να βρίσκεται στην επιλογή του χρονικού άξονα. Στην διερεύνηση που ακολουθεί θα αναφερόμαστε στο δεξιά σχήμα με τον χρονικό άξονα οριζόντια. Εδώ παρατηρούμε ότι ο χρόνος κυλά από αριστερά προς τα δεξιά. Και τα δύο σωματίδια κινούνται χωρικά με κατεύθυνση σύγκρουσης η οποία σύγκρουση θα γίνει στην κορυφή (*vertex*), το δε βέλος του ποζιτρονίου (e^+), που έχει αντίθετη φορά από εκείνη του ηλεκτρονίου (e^-), δεν σημαίνει ότι το ποζιτρόνιο απομακρύνεται από την κορυφή, αλλά ότι είναι αντισωματίδιο (ο χρόνος του είναι εκείνος που έχει την αντίθετη κατεύθυνση). Τέλος το αποτέλεσμα της σύγκρουσης θα είναι ένα φωτόνιο (γ).[35]

Ας δούμε αν διατηρούνται ενέργεια, φορτίο και σπιν στην κορυφή.

Πριν τη σύγκρουση η μάζα ηρεμίας του ζεύγους ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου ήταν $(+0,511\text{MeV}/c^2 - 0,511\text{MeV}/c^2 = 0)$ (βλέπε Εικόνα 1 και [34]) ενώ η μάζα του φωτονίου (του παραγώγου της σύγκρουσης) είναι επίσης μηδέν. (βλέπε Εικόνα 1)

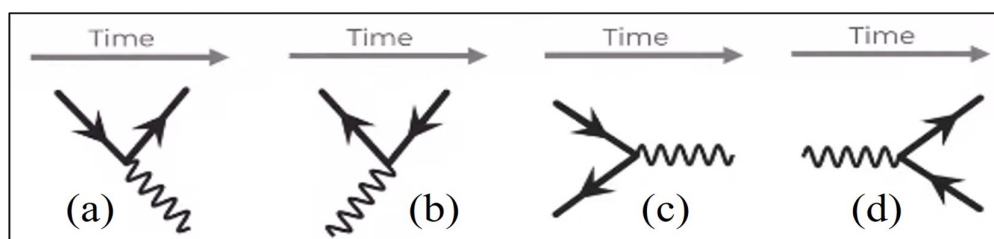
Το άθροισμα του φορτίου των σωματιδίων πριν τη σύγκρουση ήταν $(-1+1=0)$, όπως μηδέν είναι και το φορτίο του φωτονίου.

Το άθροισμα σπίν των δύο σωματιδίων πριν τη σύγκρουση ήταν $(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1)$ και στην Εικόνα 1 βλέπουμε ότι το σπιν του φωτονίου είναι επίσης 1.

Επομένως στην κορυφή του διαγράμματος της Εικόνας 16 διατηρούνται μάζα (άρα και ορμή) φορτίο και σπίν. Επίσης ικανοποιούνται οι κανόνες των διαγραμμάτων και ο κανόνας ότι: σε μία κορυφή αν εισέρχεται βέλος θα πρέπει και να εξέρχεται βέλος.

Διαγράμματα εκπομπής και απορρόφησης φωτονίου. (Εικόνα 17)

Εδώ απεικονίζονται 4 διαφορετικά διαγράμματα, τα οποία παρότι φαίνονται σχεδόν ίδια παριστάνουν διαφορετικές αλληλεπιδράσεις. Για να τις ξεχωρίσουμε είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε από τι ξεκινάμε και σε τι καταλήγουμε.

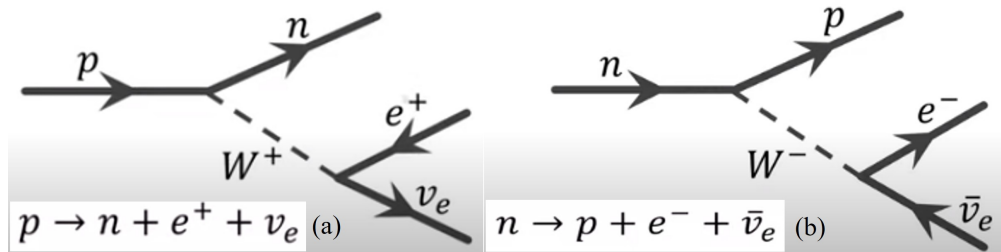


Εικόνα 17: (a) Ηλεκτρόνιο εκπέμπει ένα φωτόνιο και συνεχίζει. (b) Ένα ποζιτρόνιο απορροφά ένα φωτόνιο και συνεχίζει. (c) Ένα ηλεκτρόνιο και ένα ποζιτρόνιο εξουδετερώνονται σε ένα φωτόνιο. (d) Ένα φωτόνιο παράγει ένα ζεύγος ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου.

- Στο διάγραμμα (a) ένα ηλεκτρόνιο εκπέμπει ένα φωτόνιο και συνεχίζει. Μελετώντας το διάγραμμα όπως κάναμε στο παράδειγμα της Εικ. 16, παρατηρούμε ότι διατηρούνται ορμή (μάζα ηρεμίας), φορτίο και σπιν. Πράγματι το αρχικό ηλεκτρόνιο έχει την ίδια μάζα ηρεμίας με τα «παράγωγά» του (φωτόνιο+ηλεκτρόνιο) και το ίδιο φορτίο. Διατηρείται και ο κανόνας της εισόδου και της εξόδου βέλους στην κορυφή.
- Στο διάγραμμα (b) ένα ποζιτρόνιο απορροφά ένα φωτόνιο και συνεχίζει (εξέρχεται από τον κόμβο ως ποζιτρόνιο-χωρίς φωτόνιο). Σημειώνουμε πάλι ότι η αριστερή φορά του βέλους δε σημαίνει ότι το δεξιό (παράγωγο ποζιτρόνιο) κινείται προς τον κόμβο, αφού χρονικά εξέρχεται απ' αυτόν, αλλά απλώς ότι πρόκειται για αντιηλεκτρόνιο (ποζιτρόνιο). Ομοίως και η αριστερή φορά του αριστερού βέλους δηλώνει ότι πρόκειται για ποζιτρόνιο και όχι ότι το σωματίδιο απομακρύνεται από τον κόμβο.
- Στο διάγραμμα (c) ένα ηλεκτρόνιο και ένα ποζιτρόνιο εξουδετερώνονται σε ένα φωτόνιο. Είναι ακριβώς η περίπτωση της Εικόνας 16.
- Στο διάγραμμα (d) ένα φωτόνιο «αυθόρμητα» παράγει ένα ζεύγος ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου. Εδώ χρονικά το φωτόνιο (πριν τον κόμβο) εξελίσσεται σε ηλεκτρόνιο και ποζιτρόνιο μετά τον κόμβο διατηρώντας μάζα ηρεμίας, φορτίο και σπιν.[35]

Βήτα θετική διάσπαση. (Εικόνα 18α)

Θα δώσουμε τώρα και ένα παράδειγμα διαγράμματος *Feynman* που απεικονίζει μια ολοκληρωμένη πυρηνική αντίδραση (π.χ την βήτα θετική διάσπαση).[35]



Εικόνα 18: (a) Η βήτα θετική διάσπαση. (b) Η βήτα αρνητική διάσπαση.

Κατά τη βήτα θετική διάσπαση ένα πρωτόνιο (p) μετατρέπεται σε νετρόνιο (n) και στη συνέχεια παράγει ένα ποζιτρόνιο (e^+) και ένα νεutrίνο (ν_e).

Στο διάγραμμα της εικόνας 18a στην πρώτη κορυφή διατηρείται ο κανόνας σύμφωνα με τον οποίον θα πρέπει να έχουμε ένα βέλος εισερχόμενο και ένα βέλος εξερχόμενο από αυτήν. Ταυτόχρονα όμως παίρνουμε και ένα είδος μποζονίου,⁴⁴ το οποίο δεν φαίνεται στην πυρηνική αντίδραση, βοηθά όμως στην ολοκλήρωσή της ως σωματίδιο φορέας, δηλαδή βοηθά στη δημιουργία του ποζιτρονίου και του νετρίνο. Έτσι το διάγραμμα ολοκληρώνεται με δύο ακόμα βέλη (στη δεύτερη κορυφή που σχηματίζεται στην άλλη άκρη της διακεκομμένης γραμμής του μποζονίου W^+) το βέλος του ποζιτρονίου e^+ που (ως αντισωματίδιο) είναι στραμμένο προς τα πίσω στο χρόνο και το βέλος του νετρίνο ν_e που έχει τη θετική φορά του χρόνου (ως σωματίδιο).

Ας ελέγξουμε τώρα κάποια πράγματα στις διασταυρώσεις στο διάγραμμα της εικόνας 18a.

Κατ' αρχάς ο κανόνας της διασταύρωσης ικανοποιείται, αφού για κάθε βέλος που μπαίνει υπάρχει και ένα βέλος που βγαίνει και στις δύο κορυφές.

Ελέγχοντας το φορτίο στην πρώτη κορυφή, το πρωτόνιο p έχει θετικό φορτίο πριν την κορυφή και τα δύο σωματίδια (νετρόνιο n και μποζόνιο W^+) έχουν επίσης ένα θετικό φορτίο μετά την κορυφή, οπότε διατηρείται η ισορροπία φορτίου. Ομοίως διατηρείται η ισορροπία φορτίου και στη δεύτερη κορυφή, αφού πριν την κορυφή έχουμε ένα θετικό φορτίο (αυτό του μποζονίου W^+) ομοίως και μετά την κορυφή το θετικό φορτίο του ποζιτρονίου (το νεutrίνο δεν έχει φορτίο).⁴⁵

⁴⁴Τα μποζόνια, που είναι φορείς δυνάμεων, στα διαγράμματα *Feynman* παριστάνονται με μια διακεκομμένη γραμμή.

⁴⁵Στην πραγματικότητα το φορτίο του μποζονίου το επιβάλλει ο κανόνας της διατήρησης φορτίου στις κορυφές-δεν «μαντεύουμε» πρώτα το μποζόνιο και έπειτα επαληθεύουμε τον κανόνα-έτσι το

Τέλος στην πρώτη κορυφή του διαγράμματος διατηρείται και ο αριθμός των βαρυονίων, καθώς το ένα βαρυόνιο (πρωτόνιο) πριν την κορυφή δίνει τη θέση του σε ένα άλλο βαρυόνιο (νετρόνιο) μετά την κορυφή.

Βήτα αρνητική διάσπαση. (Εικόνα 18b)

Κατά τη βήτα αρνητική διάσπαση ένα νετρόνιο (n) μετατρέπεται σε πρωτόνιο (p) και στη συνέχεια παράγει ένα ηλεκτρόνιο (e^-) και ένα αντνεutrino ($\bar{\nu}_e$).

Όπως και στην Βήτα θετική διάσπαση, έτσι κι εδώ παράγεται ένα ενδιάμεσο μποζόνιο φορέας W με αρνητικό αυτή τη φορά φορτίο για δύο λόγους. Ο πρώτος για να εξουδετερώσει το θετικό φορτίο του πρωτονίου που παράγεται μετά την κορυφή (διάσπαση του νετρονίου) και να διατηρηθεί η ισορροπία φορτίου (συνολικό φορτίο μηδέν) πριν και μετά την κορυφή. Ο δεύτερος λόγος που το μποζόνιο W πρέπει να είναι αρνητικά φορτισμένο είναι για να δημιουργήσει το αρνητικά φορτισμένο ηλεκτρόνιο μετά τη δεύτερη κορυφή (και να διατηρηθεί έτσι η ισορροπία φορτίου πριν και μετά την δεύτερη κορυφή (θυμίζουμε ότι το αντνεutrino ($\bar{\nu}_e$) δεν έχει φορτίο). Ικανοποιείται λοιπόν και στην Βήτα αρνητική διάσπαση ο κανόνας της διατήρησης φορτίου, ή με άλλα λόγια επιβάλλεται η παραγωγή του αρνητικού μποζονίου W^- για να ικανοποιείται ο κανόνας αυτός. Φανερόν είναι ότι και ο κανόνας της διασταύρωσης ικανοποιείται και στις δύο κορυφές, αφού όσα βέλη εισέρχονται τόσα και εξέρχονται σ' αυτές (εδώ να επισημάνουμε το στραμμένο πίσω στο χρόνο βέλος του αντνεutrino, ως αντισωματίδιο). Αλλά και αριθμός των βαρυονίων διατηρείται στο διάγραμμα της Βήτα αρνητικής διάσπασης (βλέπε Εικόνα 18b).

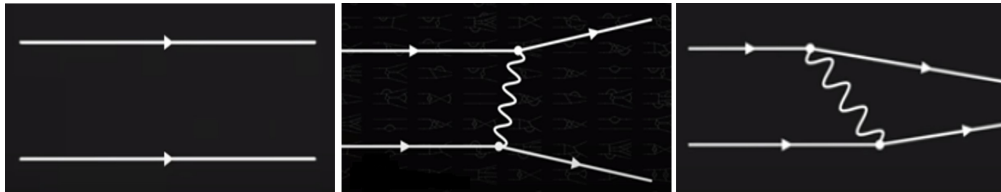
Περαιτέρω ανάλυση των διαγραμμάτων από την Κβαντική Ηλεκτροδυναμική⁴⁶

Η κβαντική ηλεκτροδυναμική, για να περιγράψει πώς τα σωματίδια εξελίσσονται κβαντικά, επιτρέπει στα δύο πεδία (κβαντικό και ηλεκτρομαγνητικό) να αλληλεπιδρούν χρησιμοποιώντας σ' ένα διάγραμμα *Feynman* κορυφές αλληλεπιδράσεως στις οποίες συμβάλλουν ή αποκλίνουν γραμμές με βέλη (σωματίδια), διακεκομμένες (ενδιάμεσα μποζόνια, φορείς) και κυματοειδείς γραμμές (φωτόνια). Ανάλογα με τον προσανατολισμό τους σε σχέση με τον χρόνο, αυτά τα διαγράμματα περιγράφουν και διαφορετική διαδικασία. Για παράδειγμα ένα ηλεκτρόνιο εκπέμπει φωτόνιο, ένα ποζιτρόνιο απορροφά ένα φωτόνιο, ένα ποζιτρόνιο κι ένα ηλεκτρόνιο εξουδετερώνονται σε ένα φωτόνιο ή ένα φωτόνιο δημιουργεί ζεύγος ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου κ.λ.π (βλέπε εικόνα 17). Όπως έχουμε πει, όλες αυτές οι αλληλεπιδράσεις επιτρέπονται (δηλαδή είναι δυνατά όλα τα διαγράμματα της εικόνας 17) υπό τον όρο: σε κάθε κορυφή η συνολική

μποζόνιο W στην βήτα θετική διάσπαση επιβάλλεται να είναι θετικό για να ισορροπήσει το θετικό φορτίο του πρωτονίου πριν την πρώτη κορυφή. Για τον ίδιο λόγο και στη δεύτερη κορυφή το μποζόνιο W πρέπει να είναι θετικό για να εξισορροπεί το θετικό φορτίο του ποζιτρονίου μετά την κορυφή.

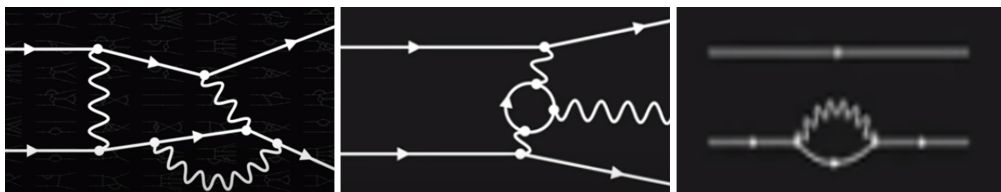
⁴⁶Στη φυσική, η κβαντική ηλεκτροδυναμική (QED - Quantum electrodynamics) είναι η σχετικιστική κβαντική θεωρία πεδίου της ηλεκτροδυναμικής. Στην ουσία, περιγράφει πώς το φως και η ύλη αλληλεπιδρούν και είναι η πρώτη θεωρία, όπου επιτυγχάνεται πλήρης συμφωνία μεταξύ κβαντομηχανικής και ειδικής θεωρίας της σχετικότητας.

ορμή, τα σωματίδια στον χώρο και στον χρόνο, και το συνολικό φορτίο, να διατηρούνται μετά την αλληλεπίδραση (κορυφή). Και αφού είναι επιτρεπτές όλες αυτές οι αλληλεπιδράσεις, μπορούμε να φανταστούμε μια ολόκληρη ποικιλία διαφορετικών «σεναρίων», από το απλούστερο τέτοιο σενάριο: με τα δύο σωματίδια (ηλεκτρόνια) να συνεχίζουν σε παράλληλες γραμμές, σ' ένα άλλο πιο ενδιαφέρον (και πιο σύνθετο) σενάριο: με τα δύο ηλεκτρόνια να ανταλλάσσουν ένα φωτόνιο το οποίο λειτουργεί ως «αγγελιοφόρος» και μεταφέρει μέρος της ορμής του πρώτου ηλεκτρονίου στο δεύτερο⁴⁷ (Εικόνα 19).



Εικόνα 19: (Αριστερά) Τα δύο ηλεκτρόνια δεν αλληλοεπηρεάζονται και συνεχίζουν σε παράλληλες γραμμές στο διάγραμμα *Feynman*. (Κέντρο-Δεξιά) Τα ηλεκτρόνια ανταλλάσσουν ένα φωτόνιο που λειτουργεί ως «αγγελιοφόρος», μεταφέροντας μέρος της ορμής του πάνω ηλεκτρονίου στο κάτω.

Τέλος ακόμη πιο σύνθετα «σενάρια» είναι δυνατόν να υπάρξουν, με περισσότερα από ένα σημεία αλληλεπιδράσεων (κορυφές) και με τα ηλεκτρόνια να μπορούν να ανταλλάσσουν περισσότερα φωτόνια, σε διαφορετικά σημεία και σε διαφορετικούς χρόνους. (Εικόνα 20 Αριστερά)



Εικόνα 20: (Αριστερά) Σύνθετο διάγραμμα με περισσότερες κορυφές και δημιουργία περισσότερων φωτονίων. (Κέντρο) «Βρόγχος»: αυθόρμητη δημιουργία ζεύγους ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου και εξαύλωσή του εκ νέου σε φωτόνιο. (Δεξιά) Αυθόρμητη δημιουργία και απορρόφηση φωτονίου.

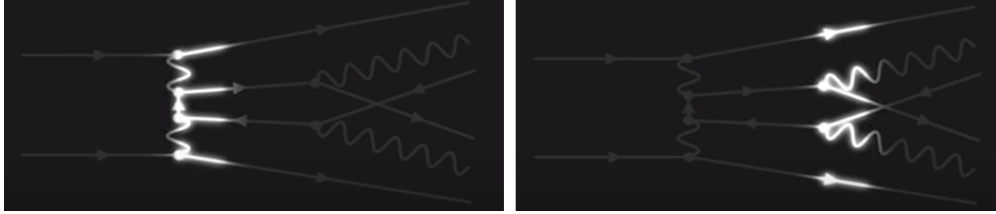
Άλλες φορές ένα φωτόνιο μετατρέπεται σε ζεύγος ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου το οποίο σχεδόν αχαριαία να εκμηδενίζεται για να σχηματιστεί εκ νέου άλλο φωτόνιο⁴⁸

⁴⁷Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι τα φωτόνια με την ιδιότητά τους ως κύματα μπορούν να μεταφέρουν μέρος της ορμής τους σε σωματίδια κατά μήκος μιας κατεύθυνσης, παρόλο που φέρουν ορμή διαφορετικά προσανατολισμένη. Με αυτόν τον τρόπο σε κάποια «σενάρια» η ανταλλαγή αυτή μπορεί να φέρει τα ηλεκτρόνια πιο κοντά και σε άλλα «σενάρια» να τα απομακρύνει.

⁴⁸Η διαδικασία αυτή ονομάζεται «βρόγχος».

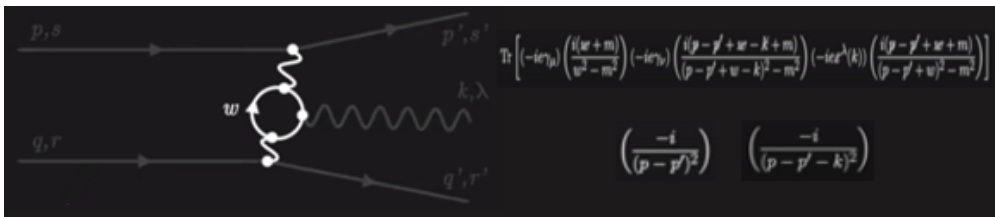
(Εικόνα 20 Κέντρο) ή ένα ηλεκτρόνιο να εκπέμπει αυθόρμητα ένα φωτόνιο και στη συνέχεια αμέσως να το επαναπορροφά. (Εικόνα 20 Δεξιά)

Εφόσον διατηρείται η συνολική ορμή και το φορτίο, όλα αυτά τα πιθανά «σενάρια» είναι επιτρεπτά να προκύψουν, με διαφορετικές για το καθένα πιθανότητες.⁴⁹



Εικόνα 21: Δύο παγωμένες χρονικές στιγμές ενός σεναρίου του διαγράμματος αλληλεπίδρασης δύο ηλεκτρονίων. Στην κάθεμία από τις παγωμένες στιγμές φαίνεται να έχουν δημιουργηθεί ενδιάμεσα σωματίδια (πιο έντονα λαμπερά στις εικόνες) τα οποία όμως δεν είναι πραγματικά αλλά, όπως συνηθίζουμε να τα ονομάζουμε: «εν δυνάμει» ή «οιωνεί» σωματίδια.

Καθένα από τα «σενάρια» αυτά, τα οποία ξεκινούν από μία αρχική και καταλήγουν σε μία τελική κατάσταση, αποτελούν ουσιαστικά και ένα διάγραμμα *Feynman*. Έτσι τα διαγράμματα *Feynman* δεν είναι άλλο από μια υπέρθεση, μια επαλληλία,[31] διαφορετικών πιθανών «σεναρίων» που περιγράφουν μια αλληλεπίδραση, της οποίας η τελική μορφή προκύπτει από την πιθανότητα να συμβεί το κάθε «σενάριο».



Εικόνα 22: Τα εικονικά σωματίδια και φωτόνια που παράγονται στο διάγραμμα και παριστάνονται πιο έντονα λευκά στην εικόνα αντιστοιχούν σε πολύπλοκες εξισώσεις, στην επάνω εξίσωση αντιστοιχεί ο βρόγχος και στις δύο κάτω τα δύο φωτόνια πριν και μετά το βρόγχο.

Εκτός από τα αρχικά και τελικά σωματίδια (εδώ ήλεκτρονία), τα οποία είναι πραγματικά και ανιχνεύονται, υπάρχουν και τα ενδιάμεσα σωματίδια που λειτουργούν ως

⁴⁹ Αν μπορούσαμε να «παγώσουμε» τον χρόνο σε μια συγκεκριμένη στιγμή (ενδιάμεση της αρχικής και τελικής καταστάσεως των δύο ηλεκτρονίων), θα ήταν δυνατόν να εμφανιστούν περισσότερα και διαφορετικά σωματίδια (εν δυνάμει ή οιωνεί σωματίδια) τα οποία εμφανίζονται μεταξύ των δύο καταστάσεων ως δημιουργήμα αυτών των υπερθέσεων των διαφόρων «σεναρίων» (βλέπε Εικόνα 21). Τα σωματίδια αυτά δημιουργούνται και εξαφανίζονται αυτόματα σε κάθε «σενάριο», όμως ουσιαστικά δεν είναι υπαρκτά αλλά είναι αποτέλεσμα στατιστικών πιθανοτήτων.

«αγγελιοφόροι» ενέργειας ή ορμής, είναι εικονικά και δεν μπορούν να ανιχνευτούν διότι ο χρόνος που διαρκούν είναι μη παρατηρήσιμος. Μαθηματικώς κάθε τέτοιο «σενάριο», κάθε πιθανό διάγραμμα, αντιστοιχεί σε μια πολύπλοκη εξίσωση και τα εικονικά σωματίδια είναι απλώς ένας τρόπος να ερμηνεύσουμε διαισθητικά ορισμένα μέρη αυτών των εξισώσεων. (Εικόνα 22)

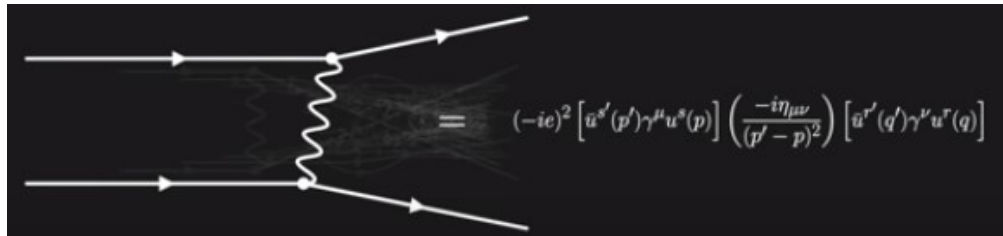
Αυτό όμως σημαίνει πως, αν και δεν είναι παρά μόνον ενδιάμεσοι που προκύπτουν από το μαθηματικό μοντέλο των εξισώσεων, τα εικονικά σωματίδια είναι απαραίτητα να τα λαμβάνουμε υπ' όψιν επειδή καταδεικνύουν τον τρόπο με τον οποίο διεκπεραιώνονται οι αλληλεπιδράσεις και προκύπτουν τα τελικά σωματίδια.

Συνοψίζοντας ένα διάγραμμα *Feynman* δεν είναι άλλο από το αποτέλεσμα των πιθανοτήτων μιας λίστας επιμέρους τέτοιων διαγραμμάτων με διαφορετική πιθανότητα το καθένα. Άλλα είναι απλά και περιέχουν λίγες αλληλεπιδράσεις, και άλλα είναι πιο πολύπλοκα και περιέχουν περισσότερες αλληλεπιδράσεις.

Αυτό θα μπορούσε να ισχυριστεί κανείς ότι δεν βοηθάει πολύ στην πρόβλεψη της πραγματικής συμπεριφοράς των σωματιδίων, αφού είναι δύσκολο να επιλέξουμε πιο από τα «σενάρια» συμβαίνει πραγματικά.

Μπορεί να φαντάζει αντιφατικό αλλά αυτό ακριβώς είναι που κάνει την κβαντική θεωρία τόσο ισχυρή!

Με την «αποκρυπτογράφηση» και κατανόηση της Κβαντομηχανικής, κατανοήσαμε ταυτόχρονα ότι το Σύμπαν δεν ακολουθεί μόνον ένα από αυτά τα «σενάρια». Αντιθέτως εξελίσσεται ταυτόχρονα σύμφωνα με όλα τα πιθανά «σενάρια» και με βάση την πιθανότητα που αντιστοιχεί στο καθένα από αυτά. Έτσι ανάμεσα στην αρχική και τελική κατάσταση, όλα τα «σενάρια» συμβαίνουν ταυτόχρονα και παράλληλα, ως υπέρθεση [31] κάθε «σεναρίου», με την πιθανότητά του να συμβεί.



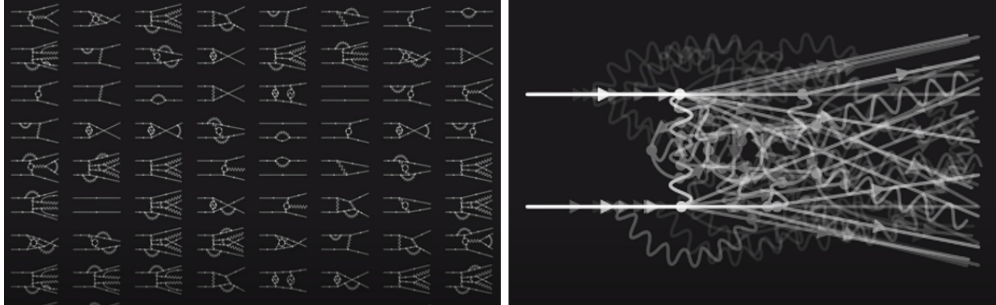
$$= (-ie)^2 [\bar{u}'(p')\gamma^\mu u(p)] \left(\frac{-i\eta_{\mu\nu}}{(p'-p)^2} \right) [\bar{u}'(q')\gamma^\nu u(q)]$$

Εικόνα 23: Κάθε διάγραμμα *Feynman* αντιστοιχεί σε μία εξίσωση που μας επιτρέπει να υπολογίσουμε την πιθανότητα να συμβεί το συγκεκριμένο «σενάριο».

Στην κβαντική ηλεκτροδυναμική κάθε διάγραμμα *Feynman* αντιστοιχεί σε μία εξίσωση που μας επιτρέπει να υπολογίσουμε έναν αριθμό για κάθε «σενάριο», έναν αριθμό που δηλώνει πόσο πιθανό είναι να συμβεί το σενάριο αυτό.⁵⁰ (βλέπε Εικόνα 23) Η πιθανολογική σύνθεση όλων αυτών των πιθανών αλληλεπιδράσεων, στις οποίες

⁵⁰Τα πιο σύνθετα «σενάρια» αντιπροσωπεύουν, μικρότερο αριθμό και συμμετέχουν στη διαμόρφω-

τα σωματίδια (ηλεκτρόνια) ανταλλάσσουν κίνηση μέσω των εικονικών σωματιδίων, οδηγεί στην αποκρυπτογράφηση της παρατηρούμενης αλληλεπίδρασης.



Εικόνα 24: (Αριστερά) Τα διαφορετικά «σενάρια» (διαγράμματα) μιας αλληλεπίδρασης. (Δεξιά) Η επαλληλία των διαφορετικών σεναρίων η οποία, μετά την πιθανολογική σύνθεσή τους, οδηγεί στην τελική κατάσταση των σωματιδίων (ηλεκτρονίων).

Με άλλα λόγια δεν υπάρχουν μοναδικά διαγράμματα *Feynman* που να περιγράφουν μία αλληλεπίδραση. Στην πραγματικότητα μια αλληλεπίδραση περιγράφεται από μία επαλληλία πολλών διαφορετικών διαγραμμάτων στην οποία το κάθε διάγραμμα εμφανίζεται με την δική του πιθανότητα και το άθροισμα των πιθανοτήτων των διαγραμμάτων αυτών δίνει ως τελικό αποτέλεσμα την αλληλεπίδραση. [31],[36]
(Εικόνα 24)

ση της τελικής κατάστασης με μικρότερες πιθανότητες. Σε προσέγγιση μπορούμε να παραλείψουμε τα πιο σύνθετα «σενάρια» και να λάβουμε υπ' όψιν μόνο τα απλά διαγράμματα, τα οποία και συμμετέχουν στην επαλληλία με μεγαλύτερη πιθανότητα. Έτσι παίρνοντας το επαλληλικό άθροισμα των απλών μόνο «σεναρίων» μπορούμε να καταλήξουμε σε μια ικανοποιητική προσέγγιση της πραγματικής εξέλιξης των αλληλεπιδράσεων.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ

(Πώς Κατασκευάζεται η Συνάρτηση Lagrange)

Η συνάρτηση *Lagrange*, η αλλιώς *Λαγκρανζιανή*, ενός φυσικού συστήματος είναι μια βαθμωτή συνάρτηση (πραγματική συνάρτηση μιας πραγματικής μεταβλητής) της θέσεως ($\vec{x}$), της ταχύτητας ($\dot{\vec{x}}$) και του χρόνου (t), η οποία ορίζεται ως η διαφορά της κινητικής από τη δυναμική ενέργεια του συστήματος, όταν αυτές είναι εκπεφρασμένες συναρτήσει των παραπάνω μεταβλητών της $\vec{x}$, $\dot{\vec{x}}$, t .

$$L = T - V$$

Παρακάτω δίδεται η μέθοδος με την οποία φθάνουμε στην κατασκευή της συνάρτησης *Lagrange* για τα σωματίδια, από τις συμμετρίες του Σύμπαντος.

(α) Ελευθέρου Σωματιδίου

Για να κατασκευάσουμε την *Λαγκρανζιανή* ενός ελευθέρου σωματιδίου θα στηρίχθουμε σε συμμετρίες του χώρου και του χρόνου, με το παρατηρησιακό δεδομένο:

«μόνο η αρχική θέση και ταχύτητα ενός φυσικού συστήματος αρκούν για να περιγράψουν πλήρως την εξέλιξή του».

Ο παραπάνω «κανόνας» οδηγεί στη μορφή της *Λαγκρανζιανής* να είναι μόνο συνάρτηση θέσεων και ταχυτήτων και όχι άλλων, ανώτερων, χρονικών παραγώγων. Έτσι η *Λαγκρανζιανή* συνάρτηση για το ελεύθερο σωματίδιο θα έχει τη γενική μορφή:

$$L = L(\vec{x}, \dot{\vec{x}}, t)$$

Η ομογένεια του χρόνου⁵¹ απαιτεί να έχουν οι νόμοι της φύσεως την ίδια μορφή σε κάθε χρονική στιγμή. Αυτό σημαίνει ότι όλες οι χρονικές στιγμές είναι ισοδύναμες, επομένως οποιαδήποτε στιγμή η *Λαγκρανζιανή* πρέπει να είναι ίδια. Συνεπώς η ομογένεια του χρόνου οδηγεί στην απλούστευση:

$$L = L(\vec{x}, \dot{\vec{x}})$$

Αντιστοίχως, λόγω της ομογένειας του χώρου⁵¹, πρέπει οι φυσικοί νόμοι να είναι ίδιοι σε κάθε σημείο του. Δηλαδή το ελεύθερο σωματίδιο, όπου κι αν βρίσκεται, πρέπει να περιγράφεται από την ίδια *Λαγκρανζιανή* συνάρτηση, αφού κάθε σημείο του χώρου είναι ισοδύναμο. Συνεπώς η *Λαγκρανζιανή* του σωματιδίου δεν μπορεί να εξαρτάται ούτε από τη θέση του και η ομογένεια του χώρου οδηγεί σε νέα απλούστευση:

$$L = L(\dot{\vec{x}})$$

⁵¹Ο χωροχρόνος είναι ομογενής και ισότροπος, αυτό σημαίνει ότι σε κάθε σημείο του, και προς κάθε διεύθυνση, τα γεγονότα εξελίσσονται κατά τον ίδιο τρόπο.

Ο χώρος εκτός από ομογενής είναι και ισότροπος⁵¹ και αυτό σημαίνει ότι όλες οι κατευθύνσεις του χώρου είναι ισοδύναμες. Επομένως η περιγραφή του σωματιδίου είναι ανεξάρτητη από την κατεύθυνση της κινήσεώς του, όποια κι αν είναι αυτή. Αυτό επιβάλλει η Λαγκρανζιανή του ελεύθερου σωματιδίου να είναι συνάρτηση μόνο του μέτρου της ταχύτητας, δηλαδή:

$$L = L(|\dot{\vec{x}}|)$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Εδώ θα πρέπει να τονίσουμε ότι για τον χώρο αναφερθήκαμε στα χαρακτηριστικά και της ομογένειας και της ισοτροπίας ενώ για τον χρόνο μόνο σ' αυτό της ισοτροπίας. Ο λόγος είναι ότι ο χρόνος είναι μονοδιάστατος και η έννοια της ισοτροπίας του σημαίνει ότι μπορεί να ρέει είτε προς το μέλλον είτε προς το παρελθόν χωρίς καμία διαφορά και ταυτίζεται μ' εκείνον της ομογένειάς του.

Είναι ενδιαφέρον ότι οι τρεις βασικές συμμετρίες του Σύμπαντος (η ισοτροπία του χώρου και η ομογένεια του χώρου και χρόνου) δεν είναι αρκετές για τον προσδιορισμό της Λαγκρανζιανής ενός σωματιδίου, η οποία μέσα της περιέχει και όλη τη δυναμική του. Η ανακάλυψη ωστόσο από τον Γαλιλαίο μιας νέας συμμετρίας ήταν καθοριστική για τον προσδιορισμό της δυναμικής του ελεύθερου σωματιδίου. Αυτή η (γαλλιλαιϊκή) συμμετρία, δηλαδή η συμμετρία περιγραφής του συστήματος σε διαφορετικά αδρανειακά συστήματα, απαιτεί να μην αλλάζει το φυσικό περιεχόμενο της Λαγκρανζιανής, όταν η κίνηση του σωματιδίου περιγράφεται από άλλο αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

Έτσι ο μετασχηματισμός

$$\vec{x} \rightarrow \vec{x}' = \vec{x} - \vec{V}t \quad (\alpha)$$

όπου $\vec{V}$ είναι η σταθερή σχετική ταχύτητα κίνησης των δύο αδρανειακών συστημάτων - του καινούριου προς το αρχικό - δεν μπορεί να επιφέρει τίποτα περισσότερο από έναν μετασχηματισμό βαθμονόμησης στη Λαγκρανζιανή, ο οποίος δεν αλλάζει (όπως εξ' ορισμού έχουμε πει) το φυσικό περιεχόμενό της, αφού οδηγεί σε ίδιες εξισώσεις κινήσεως.

Το αποτέλεσμα δηλαδή του γαλλιλαιϊκού μετασχηματισμού στη Λαγκρανζιανή πρέπει να είναι:⁵²

$$L(|\dot{\vec{x}}'|^2) = L(|\dot{\vec{x}}|^2) + \frac{df(\vec{x}, t)}{dt} \quad (\beta)$$

Όμως, εξ' αιτίας του ορισμού του γαλλιλαιϊκού μετασχηματισμού (α), θα έχουμε:⁵³

$$L(|\dot{\vec{x}}'|^2) = L\left(\left|\dot{\vec{x}} - \frac{d(\vec{V}t)}{dt}\right|^2\right) = L(|\dot{\vec{x}} - \vec{V}|^2) = L\left(\dot{\vec{x}} \cdot \dot{\vec{x}} + \vec{V} \cdot \vec{V} - 2\vec{V} \cdot \dot{\vec{x}}\right) \quad (\gamma)$$

⁵²Για διευκόλυνση στην εκτέλεση των πράξεων και χωρίς να αλλοιώσουμε το περιεχόμενό της, θεωρήσαμε την L συνάρτηση όχι του $|\dot{\vec{x}}|$, αλλά του $|\dot{\vec{x}}|^2$.

⁵³Θυμίζουμε ότι η τελεία σημαίνει παραγωγή ως προς τον χρόνο.

Παρατηρούμε ότι, επειδή το $\vec{V}$ είναι σταθερό διάνυσμα, οι δύο τελευταίοι όροι στο όρισμα της συνάρτησης L στο δεξιό μέλος της (γ) αποτελούν μια τέλεια χρονική παράγωγο αφού είναι:

$$\vec{V} \cdot \vec{V} - 2\vec{V} \cdot \dot{\vec{x}} = \frac{d}{dt} (\vec{V} \cdot \vec{V} \cdot t - 2\vec{V} \cdot \vec{x}) \quad (\delta)$$

επομένως η (γ) λόγω της (δ) γράφεται:

$$L(|\dot{\vec{x}}|^2) = L\left(|\dot{\vec{x}}|^2 + \frac{dg}{dt}\right) \quad (\epsilon)$$

όπου $g(x, t) = \vec{V} \cdot \vec{V} \cdot t - 2\vec{V} \cdot \vec{x}$.

Οι σχέσεις (β) και (ε) έχουν τα αριστερά τους μέλη ίσα, άρα θα είναι:

$$L\left(|\dot{\vec{x}}|^2 + \frac{dg}{dt}\right) = L(|\dot{\vec{x}}|^2) + \frac{df}{dt}$$

Αυτό σημαίνει ότι αναζητούμε μια συνάρτηση $L(|\dot{\vec{u}}|^2)$ της μορφής:

$$L\left(|\dot{\vec{u}}|^2 + \frac{dg}{dt}\right) = L(|\dot{\vec{u}}|^2) + \frac{df}{dt} \quad (\sigma\tau)$$

όπου f και g οι συναρτήσεις των x, t που ορίστηκαν παραπάνω.

Είναι φανερό ότι μια τέτοια κατάλληλη συνάρτηση είναι η γραμμική συνάρτηση της μορφής:

$$L(|\dot{\vec{u}}|^2) = a|\dot{\vec{u}}|^2 + b$$

Είναι διαισθητικά προφανές ότι δεν είναι δυνατόν κάποια άλλη συνάρτηση εκτός από την γραμμική να ικανοποιεί τη συνθήκη (στ), αφού οποιαδήποτε μη γραμμικότητα της συνάρτησης L (δηλαδή οποιαδήποτε δύναμη του όρου $|\dot{\vec{u}}|^2$) θα είχε ως αποτέλεσμα να εμφανιστεί η ανάλογη δύναμη στον όρο $\frac{dg}{dt}$ της παρένθεσης της (στ), με αποτέλεσμα η $\frac{dg}{dt}$ να μην αποτελεί πια τέλεια χρονική παράγωγο.

Βασιζόμενοι σε αυτόν τον περιορισμό μπορούμε να αποδείξουμε αυστηρότερα ότι η γραμμική συνάρτηση είναι η μοναδική που μπορούμε να κατασκευάσουμε με αυτή την ιδιότητα (στ). Η απόδειξη δίδεται στο παρακάτω πλαίσιο κειμένου.

Μόνο μια γραμμική συνάρτηση L ικανοποιεί τη σχέση (στ)

Ας θεωρήσουμε ότι η συνάρτηση g είναι καταλλήλως μικρή (αυτό μπορούμε να το επιτύχουμε επιλέγοντας σχετικά μικρή ταχύτητα $\vec{V}$). Αναπτύσσοντας στη συνέχεια τη συνάρτηση L της (στ), σε όρους μέχρι τάξεως 1 ως προς $\vec{V}$, παίρνουμε:

$$L\left(|\dot{\vec{u}}|^2 + \frac{dg}{dt}\right) = L(|\dot{\vec{u}}|^2) + \frac{dL(|\dot{\vec{u}}|^2)}{d(|\dot{\vec{u}}|^2)} \cdot \frac{d(-2\vec{V} \cdot \vec{x})}{dt} + \mathcal{O}(|\vec{V}|^2)$$

όπου: $\mathcal{O}(|\vec{V}|^2)$ όροι δευτέρας τάξεως ως προς $\vec{V}$.

Για να είναι ο όρος $\frac{dL(|\dot{\vec{u}}|^2)}{d(|\dot{\vec{u}}|^2)} \cdot \frac{d(-2\vec{V} \cdot \vec{x})}{dt}$ μια τέλεια χρονική παράγωγος (ώστε να μπορεί να εξισωθεί με τον $\frac{df}{dt}$) θα πρέπει ο παράγοντας

$$\frac{dL(|\dot{\vec{u}}|^2)}{d(|\dot{\vec{u}}|^2)} = \sigma\tau\alpha\theta = a$$

Ισοδύναμα θα πρέπει: $dL(|\dot{\vec{u}}|^2) = a \cdot d(|\dot{\vec{u}}|^2)$ και ολοκληρώνοντας ως προς $|\dot{\vec{u}}|^2$ παίρνουμε:

$$L(|\dot{\vec{u}}|^2) = a|\dot{\vec{u}}|^2 + b$$

όπου b η σταθερά ολοκληρώσεως.

Τελικά η Λαγκρανζιανή του ελευθέρου σωματιδίου (στον κόσμο μας, που παρουσιάζει όλες τις αναφερθείσες συμμετρίες) έχει τη μορφή:

$$L_{\epsilon\lambda. \text{σωμ.}} = \frac{1}{2}m|\dot{\vec{x}}|^2$$

στη σταθερά a δώσαμε την αυθαίρετη τιμή $a = m/2$, (οποιοσδήποτε πολλαπλασιαστικός παράγοντας θα ήταν ικανοποιητικός)⁵⁴, ενώ η σταθερά b παραλείπεται ως μη έχουσα φυσική σημασία (τετριμμένος μετασχηματισμός βαθμονόμησης).

(β) Δύο μη Αλληλεπιδρώντων Σωματιδίων

Αν θεωρήσουμε δύο σωματίδια που δεν αλληλεπιδρούν τότε η συνολική Λαγκρανζιανή αυτού του συστήματος είναι το άθροισμα των Λαγκρανζιανών των δύο επιμέρους σωματιδίων, δηλαδή:

$$L = \frac{1}{2}m_1|\dot{\vec{x}}_1|^2 + \frac{1}{2}m_2|\dot{\vec{x}}_2|^2 \quad (\zeta)$$

όπου $\vec{x}_1, \vec{x}_2$ οι θέσεις των δύο σωματιδίων.

Την Λαγκρανζιανή στην περίπτωση που τα δύο σωματίδια αλληλεπιδρούν μεταξύ τους

⁵⁴Ωστόσο πρόκειται για μία λογική επιλογή, αφού στην κλασσική φυσική η μοναδική ιδιότητα ενός υλικού σωματιδίου που το διακρίνει από τα άλλα είναι η μάζα m . Το $1/2$ είναι κι αυτό αυθαίρετο και επιλέχθηκε ώστε, ο τελικός όρος να μας θυμίζει την κινητική ενέργεια του σωματιδίου.

θα την εξετάσουμε παρακάτω, θα ήταν όμως χρήσιμο να αναφερθεί εδώ, ότι στην οριακή περίπτωση που τα σωματίδια βρίσκονται σε ικανή απόσταση μακριά, ώστε η αλληλεπίδρασή τους να θεωρείται αμελητέα, η Λαγκρανζιανή αυτού του συστήματος των ασθενώς αλληλεπιδρώντων σωματιδίων θα πρέπει να τείνει στην παραπάνω εξίσωση (ζ).

(γ) Δύο Αλληλεπιδρώντων Σωματιδίων

Ας θεωρήσουμε τώρα δύο σωματίδια που αλληλεπιδρούν. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, στο όριο που η αλληλεπίδραση είναι αμελητέα, η Λαγκρανζιανή του συστήματος θα πρέπει να τείνει στη σχέση (ζ).

Στη γενικότερη περίπτωση όμως που η αλληλεπίδραση δεν είναι αμελητέα, αυτό θα πρέπει να περιγράφεται στην Λαγκρανζιανή με κάποιον όρο που θα εμφανίζεται προσθετικά.⁵⁵ Αυτός ο όρος θα πρέπει να εξαρτάται από τις συντεταγμένες και τις ταχύτητες των δύο σωμάτων και τον συμβολίζουμε:

$$L_{\alpha\lambda\lambda\eta\lambda.}(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dot{\vec{x}}_1, \dot{\vec{x}}_2, t)$$

Για να προσδιορίσουμε τη μορφή που θα έχει η $L_{\alpha\lambda\lambda\eta\lambda.}$ θα χρησιμοποιήσουμε ξανά τις συμμετρίες του Σύμπαντος.

- Λόγω της ομογένειας του χρόνου, οι φυσικοί νόμοι είναι ίδιοι σε κάθε χρονική στιγμή, δεν είναι δυνατόν να εξαρτάται από τον χρόνο και συνεπώς παραμένει αναλλοίωτη σε χρονικές μεταθέσεις.

-Λόγω της ομογένειας του χώρου, οι φυσικοί νόμοι θα πρέπει να παραμένουν αναλλοίωτοι ως προς τις χωρικές μεταθέσεις, επομένως θα πρέπει να εξαρτάται μόνο από τη σχετική θέση και τη σχετική ταχύτητα των σωματιδίων, για να ικανοποιείται και η γαλλιλαιϊκή συμμετρία.

Από τις δύο αυτές συνθήκες προκύπτει η μορφή:

$$L_{\alpha\lambda\lambda\eta\lambda.}(\vec{x}, \dot{\vec{x}})$$

όπου: $\vec{x} = \vec{x}_1 - \vec{x}_2$ η σχετική θέση των σωματιδίων και $\dot{\vec{x}} = \dot{\vec{x}}_1 - \dot{\vec{x}}_2$ η σχετική τους ταχύτητα.

-Τέλος για να ικανοποιείται η ισοτροπία του χώρου, θα πρέπει η $L_{\alpha\lambda\lambda\eta\lambda.}$ να είναι ανεξάρτητη της κατεύθυνσης των αξόνων που επιλέγουμε για να περιγράψουμε το σύστημα. Άρα πρέπει να παραμένει αναλλοίωτη σε στροφές και συνεπώς να εξαρτάται

⁵⁵Θα μπορούσε να αναζητήσει κανείς έναν όρο αλληλεπίδρασης, ο οποίος να πολλαπλασιάζει την Λαγκρανζιανή των δύο ελευθέρων σωματιδίων και να είναι τέτοιος ώστε όταν τα σωματίδια απομακρυνθούν πολύ το ένα από το άλλο, αυτός να τείνει στη μονάδα και το γινόμενο να δίνει την Λαγκρανζιανή των δύο ανεξαρτήτων (μη αλληλεπιδρώντων) σωματιδίων. Ή ακόμη θα μπορούσε να κατασκευάσει μια πιο πολύπλοκη συναρτησιακή μορφή για να περιγράψει την αλληλεπίδραση. Κάτι τέτοιο όμως θα οδηγούσε σε πολύ πιο σύνθετους φυσικούς νόμους κίνησης οι οποίοι όμως δεν επαληθεύονται πειραματικά.

μόνο από βαθμωτές μεταβλητές που μπορούν να κατασκευαστούν από τα $\vec{x}$ και $\dot{\vec{x}}$. Οι βαθμωτές μεταβλητές που μπορούν να κατασκευαστούν από τα $\vec{x}$ και $\dot{\vec{x}}$ είναι οι:

$$|\vec{x}|, |\dot{\vec{x}}|, \vec{x} \cdot \dot{\vec{x}}, |\vec{x} \times \dot{\vec{x}}|.^{56}$$

Η τελευταία ποσότητα ($|\vec{x} \times \dot{\vec{x}}|$) δεν είναι ανεξάρτητη από τις τρεις πρώτες, αντίθετα μπορεί να κατασκευαστεί από αυτές ως:

$$(\vec{x} \times \dot{\vec{x}})^2 = (\vec{x})^2 + (\dot{\vec{x}})^2 - (\vec{x} \cdot \dot{\vec{x}})^2$$

οπότε μόνον οι τρεις πρώτες είναι ανεξάρτητες η μία από την άλλη.

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι στις βαθμωτές μεταβλητές δεν συμπεριλάβαμε ποσότητες της μορφής $\vec{a} \cdot \vec{x}$ αφού αυτό θα σήμαινε ότι στο Σύμπαν υπάρχει κάποια προεξάρχουσα κατεύθυνση που προσδιορίζεται από το διάνυσμα $\vec{a}$.

Απ' όλα τα παραπάνω προκύπτει ότι, ο προσθετικός όρος της αλληλεπίδρασης στη συνάρτηση *Lagrange* των δύο αλληλεπιδρώντων σωματιδίων, που ικανοποιεί τις ευκλείδειες συμμετρίες (ομογένεια και ισοτροπία του χώρου), τη γαλλιαϊκή συμμετρία και την ομογένεια του χρόνου, θα έχει τη μορφή:

$$L_{\alpha\lambda\eta\lambda}(|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|, |\dot{\vec{x}}_1 - \dot{\vec{x}}_2|, (\vec{x}_1 - \vec{x}_2) \cdot (\dot{\vec{x}}_1 - \dot{\vec{x}}_2)) \quad (\theta)$$

Στην κατασκευή του προσθετικού αυτού όρου αλληλεπιδράσεως της Λαγκρανζιανής έχουμε υποθέσει ότι οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των σωματιδίων είναι ακαριαίες, το οποίο σημαίνει ότι η μεταβολή της θέσεως ή της ταχύτητας του ενός σωματιδίου επηρεάζει ακαριαία το άλλο.⁵⁷

Όμως ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα, ο οποίος απαιτεί η δύναμη $\vec{F}_{12}$ που ασκείται στο πρώτο σωματίδιο από το δεύτερο να είναι ίση και αντίθετη με τη δύναμη $\vec{F}_{21}$ που ασκείται στο δεύτερο σωματίδιο από το πρώτο, δεν επιτρέπει καμία άλλη εξάρτηση του προσθετικού όρου αλληλεπιδράσεως παρά μόνο από την σχετική θέση $|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|$ των δύο σωματιδίων.

Έτσι η μορφή (θ) του προσθετικού όρου της αλληλεπιδράσεως στην Λαγκρανζιανή των δύο αλληλεπιδρώντων τελικά διαμορφώνεται στην:

$$L_{\alpha\lambda\eta\lambda}(|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|) = V(|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|)^{58} \quad (\iota)$$

⁵⁶Οι απόλυτες τιμές εξασφαλίζουν την ανεξαρτησία από την κατεύθυνση των αξόνων.

⁵⁷Στην κλασική μηχανική, η παραδοχή ότι ο χρόνος είναι απόλυτος, ίδιος δηλαδή σε όλα τα συστήματα αναφοράς, και η αρχή της γαλλιαϊκής σχετικότητας, απαιτούν οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των σωματιδίων να είναι ακαριαίες. Αν δε συνέβαινε αυτό και οι αλληλεπιδράσεις διαδίδονταν με κάποια πεπερασμένη ταχύτητα, αυτή η ταχύτητα θα ήταν διαφορετική σε ένα άλλο σύστημα αναφοράς, κάτι που αποτελεί σαφή παραβίαση της γαλλιαϊκής αρχής της σχετικότητας.

⁵⁸Αντικαταστήσαμε το σύμβολο $L_{\alpha\lambda\eta\lambda}$ με το σύμβολο V ώστε να είναι εμφανής η συνάφεια του όρου με τη δυναμική ενέργεια (εξάρτησή του μόνο από τη σχετική θέση των σωματιδίων).

Τελικά ολόκληρη η συνάρτηση *Lagrange* δύο αλληλεπιδρώντων σωματιδίων είναι:

$$L = \frac{1}{2}m_1|\dot{\vec{x}}_1|^2 + \frac{1}{2}m_2|\dot{\vec{x}}_2|^2 + V(|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|) \quad (\text{ια})$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Συνήθως η συνάρτηση *Lagrange* αποδίδεται με τη σχέση:

$$L = T - V$$

με τον όρο $T(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \frac{1}{2}m_1|\dot{\vec{x}}_1|^2 + \frac{1}{2}m_2|\dot{\vec{x}}_2|^2$ να αποδίδει την συνάφεια με την κινητική και τον όρο $V(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = V(|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|)$ την συνάφεια με τη δυναμική ενέργεια.⁵⁹

Ιωάννης Χρ. Αγαπάκης
Θεσσαλονίκη, 26 Ιανουαρίου 2024

⁵⁹Το αρνητικό πρόσημο του όρου V προέκυψε για να δείξει την αντίθετη δράση της ενέργειας του δυναμικού πεδίου στην κίνηση των σωματιδίων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Goulette Marc (2012) «What should we know about the Higgs particle? (blog). Atlas Experiment/CERN
- [2] Oerter R. (2006) «The Theory of Almost Everything: The Standard Model, the Unsung Triumph of Modern Physics», Penguin Group, USA
- [3] Gribbin, J. (1998) «Q is for Quantum – An Encyclopedia of Particle Physics», Free Press, New York
- [4] Griffiths D. (2008) «Introduction to Elementary Particles» (2nd revised), pp. 372-373, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim
- [5] Weyl H. (1991) «Συμμετρία», Εκδόσεις Τροχάλια, Αθήνα
- [6] Guralnik G.S., Hagen C.R., Kibble T.W.B. (1967) «Broken symmetries and the Goldstone theorem» *Advances in Physics*
- [7] Englert F., Brout R. (1964) «Broken symmetries and the mass of gauge vector mesons» *Physical Review Letters*, Vol. 13, No. 9, pp. 321–323.
- [8] Higgs P. W. (1964) «Broken symmetries and the masses of gauge bosons» *Physical Review Letters*, Vol. 13, No. 16, pp. 508–509
- [9] Guralnik G.S., Hagen C.R., Kibble T.W.B. (1964) «Global Conservation Laws and Massless Particles» *Physical Review Letters*, Vol. 13, No. 20, pp. 585–587
- [10] Amsler C., et al. (2008) «Review of Particle Physics» *Physics Letters B*, Vol.667, Issues 1–5
- [11] Biever C. (6 July 2012) «It's a boson! But we need to know if it's the Higgs» *New Scientist*
- [12] Siegfried T. (20 July 2012) «Higgs hysteria» *Science News*
- [13] Antonella Del Rosso (19 Nov 2012) «Higgs: The Beginning of the Exploration» CERN Publications, IR-ECO-CO, Bul-NA-2012-357
- [14] Baglio J., Djouadi A. (2011) «Higgs Production at the LHC» *Journal*

of High Energy Physics, Vol. 2011, article id. 55

[15] Baglio J., Djouadi A. (2010) «Predictions for Higgs Production at the Tevatron and the Associated Uncertainties» Journal of High Energy Physics, Vol. 2010, article id. 64

[16] Teixeira-Dias P. (2008) «Higgs boson searches at LEP» Journal of Physics: Conference Series, Vol. 110, Issue 4, article id. 042030

[17] Asquith Lily (22 June 2012) «Why does the Higgs decay?» The Guardian: Life and Physics, London

[18] Dittmaier, Mariotti, Passarino, Tanaka, Alekhin, Alwall, Bagnaschi, Banfi, et al. (2012) «Handbook of LHC Higgs Cross Sections: 2. Differential Distributions (Report)» CERN Report 2

[19] Bernardi G., Carena M., Junk T. (May 2012) «Higgs bosons: theory and searches» PDGLive. Particle Data Group

[20] CERN Accelerating Science, Press Release (08 Feb 2021) «ATLAS finds evidence of a rare Higgs boson decay» CERN

[21] The CMS Collaboration (4 July 2022) «A portrait of the Higgs boson by the CMS experiment ten years after the discovery» Nature. 607 (7917): 60–68

[22] Peskin M. E., Schroeder D. V. (1995) «An Introduction To Quantum Field Theory», Avalon Publishing, New York

[23] Nakano T., Nishijima N. (1953) «Charge independence for V-particles», Progress of Theoretical Physics, Vol. 10, Issue 5, pp. 581–582

[24] Nishijima N. (1955) «Charge Independence Theory of V Particles», Progress of Theoretical Physics, Vol. 13, Issue 3, pp. 285–304

[25] Cheng Ta-Pei, Ling Fong-Li (1984) «Gauge Theory of Elementary Particle Physics», , Oxford University Press, pp. 349–355

[26] Anderson P. W. (Aug. 4, 1972) «More Is Different» Science, New Series, Vol. 177, No. 4047, pp. 393–396

[27] Δανίκας Ν. (1996) «Ένα Εισαγωγικό Μάθημα στις Μιγαδικές Συναρτήσεις», University Studio Press , Θεσσαλονίκη

[28] Οικονομίδης Ν.Π. (1978) «Ασκήσεις Θεωρίας Μιγαδικών Συναρτήσεων», (Τόμος Πρώτος) Αυτοέκδοση, Θεσσαλονίκη

[29] Marsden J. E., Tromba A. J. (2001) «Διανυσματικός Λογισμός» Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο

[30] Μυλωνάς Ν., Σαραφόπουλος Γ. (2021) «Οικονομικά Μαθηματικά», Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη

[31] Τραχανάς Στ. (2005) «Κβαντομηχανική Ι», Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο

Ηλεκτρονική βιβλιογραφία

[32] <https://2science.gr/feynman-diagrams>

[33] <https://www.youtube.com/watch?v=BCBDclSOuxU>

[34] <http://physics.nist.gov/constants>

[35] <https://www.youtube.com/watch?v=5aurHaxeOGM>

[36] <https://www.youtube.com/watch?v=X-FEU4mQWtE&t=21s>

[37] <https://en.wikipedia.org/wiki/Higgs-boson>